Решение двадцать четвёртой проблемы Гильберта.

I.

Четвёртого июня 1925 года Давид Гильберт на съезде математиков, организованном вестфальским математическим обществом в Мюнстере в память Карла Вейерштрасса, выступил с докладом «О бесконечности».

Так к списку из 23-х нерешённых задач математики, озвученном им же на II Международном математическом конгрессе в Париже в 1900 году, добавилась 24-я проблема.

Бесконечна ли бесконечность? Именно с математической точки зрения.

Со времён Аристотеля бесконечность была разделена на потенциальную бесконечность и актуальную бесконечность.

Яркий представитель потенциальной бесконечности - натуральный ряд чисел:

1, 2, 3, 4, …. , K, …., L, … , M, …, … N, N+1, N +2, …., ∞.

А существует ли Актуальная бесконечность?

О её существовании говорят парадоксы Галилео Галилея и Бернарда Больцано, теория множеств Георга Кантора.

Рассмотрим одно из «доказательств» существования Актуальной бесконечности на основе высшей математики.

Известна сумма первых натуральных чисел: $\mathbf{S_1 = N * (N +1) / 2}$,

где N – какое-либо натуральное число;

где S_1 – сумма числового ряда, составленного из первых членов натурального ряда.

Известна сумма квадратов первых натуральных чисел: $\mathbf{S_2 = N * (N +1) * (2N + 1) / 6}$,

где S_2 – сумма числового ряда, составленного из квадратов первых членов натурального ряда.

Известна сумма кубов первых натуральных чисел: $\mathbf{S_3 = N^2 * (N + 1)^2 / 4 = (S_1)^2}$,

где S_3 – сумма числового ряда, составленного из кубов первых членов натурального ряда.

Если ряд, составленный из кубов натуральных чисел:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + N^3 = S_3$

равен квадрату ряда натуральных чисел:

$(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + N)^2 = (S_1)^2$, то можно предположить, что сумма ряда, составленного из членов натурального ряда в какой-либо степени **n** равна сумме ряда, составленного из тех же натуральных чисел, но уже в меньшей степени и так далее. Получается, что ряды сходятся.

Для доказательства воспользуемся формулой интегрирования:

$\int N^n dN = N^{n+1} / (n+1)$

Для более наглядного примера используем следующую формулу: $\mathbf{\int N^{n-1} dN = N^n / n}$

$\sum N^{n-1} = 1^{n-1} + 2^{n-1} + 3^{n-1} + \ldots + N^{n-1} = S_{n-1}$,

где 1, 2, 3, … , N – натуральные числа;

n – степень, в которую возводятся натуральные числа

$S_{n-1} = \sum N^{n-1}$ – сумма ряда, составленного из членов натурального ряда в n-1 степени.

$1^{n-1} + 2^{n-1} + 3^{n-1} + \ldots + N^{n-1} = S_{n-1}$

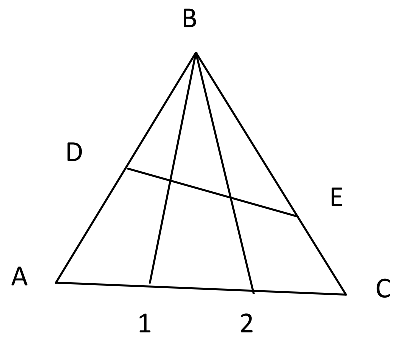
$S_{n-1} = (N^n / n) = N^{n-1} * N / n$

$S_{n-1} / N^{n-1} = N / n$

При $n = N \to \infty$ $\mathbf{S_{n-1} / N^{n-1} = N/N = 1}$

Следовательно, существует предел, к которому стремится отношение суммы числового ряда, составленного из членов натурального ряда в n-1 степени, к последнему из членов этого ряда, и этот предел стремится к единице.

На основе одного из парадоксов Галилея: «более длинный отрезок не содержит больше точек, чем более короткий», - можно доказать, что вся Вселенная сходится в одну точку, а точка становится всей Вселенной.



Возьмём треугольник ABC: основание треугольника – AC, стороны треугольника – AB и BC. Произвольно соединим стороны AB и BC отрезком DE. Вершину B соединим отрезками B1 и B2 с основанием AC.

На основании AC находятся четыре точки: A, 1, 2, C и на отрезке DE – четыре точки. Если на основании AC расположено бесчисленное множество точек, соответственно, на отрезке DE точек будет такое же количество.

На этом доказательство почему-то заканчивается. Но мы продолжим наши рассуждения.

Известно: на основании и на сторонах треугольника расположено бесчисленное количество точек, которые по определению не имеют ни длины, ни площади, ни объёма.

Однако можно смело утверждать, что стороны и основание треугольника имеют как бесчисленное количество точек, так и всего одну, в которой они сходятся.

Все точки основания AC сходятся в вершину B и становятся одной точкой B. Правда точка AC теперь будет иметь длину ac. То же самое можно сказать о других сторонах треугольника.

Кроме того, можно сказать, что все бесчисленные точки, находящиеся внутри треугольника ABC сходятся в вершине B, и таким образом, все точки треугольника ABC превращается в одну точку B, площадь которой равна площади всего треугольника.

От треугольника можно перейти к кубу, к любому другому объёмному телу.

В любом случае безразмерная точка становится или осязаемым телом или в безразмерную точку сходится всё.

Эти два примера говорят о том, что просто так утверждать, что Актуальной бесконечности не существует, - нельзя.

Таким образом, чтобы однозначно ответить на вопрос: существует ли Актуальная бесконечность или нет, - надо всего лишь подсчитать, измерить бесконечность.

Или соизмерить бесконечность с чем-то бесконечным, но известным. Найти тот предел, который ограничивает как бесконечный натуральный ряд чисел, так и все множества счётные и несчётные.

II.

Приступим к решению этой задачи.

Итак, имеем натуральный ряд чисел:

1, 2, 3, 4, …. , K, …., L, … , M, …, … N, ….

Ряд, составленный из квадратов членов натурального ряда чисел:

1^2, 2^2, 3^2, 4^2, …. , K^2, …., L^2, … , M^2, …, … N^2, ….

Ряд, составленный из кубов членов натурального ряда чисел:

$1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \ldots, K^3, \ldots, L^3, \ldots, M^3, \ldots, \ldots N^3, \ldots$

Ряд, составленный из n-степени членов натурального ряда чисел:

$1^n, 2^n, 3^n, 4^n, \ldots, K^n, \ldots, L^n, \ldots, M^n, \ldots, \ldots N^n, \ldots$

Соответственно, сумма ряда, составленного из членов натурального ряда чисел, равна:

$$1^1 + 2^1 + 3^1 + 4^1 + \ldots + K^1 + \ldots + L^1 + \ldots + M^1 + \ldots + N^1 = S_1$$

Соответственно, сумма ряда, составленного из квадратов членов натурального ряда чисел, равна:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + K^2 + \ldots + L^2 + \ldots + M^2 + \ldots + N^2 = S_2$$

Соответственно, сумма ряда, составленного из кубов членов натурального ряда чисел, равна:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + K^3 + \ldots + L^3 + \ldots + M^3 + \ldots + N^3 = S_3$$

Соответственно, сумма ряда, составленного из n-степени членов натурального ряда чисел, равна:

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n + \ldots + K^n + \ldots + L^n + \ldots + M^n + \ldots + N^n = S_n$$

Натуральный ряд чисел:

$1, 2, 3, 4, \ldots, K, \ldots, L, \ldots, M, \ldots, \ldots N, N+1, N+2, \ldots, \infty$
является счётным бесконечным множеством.

В наших дальнейших расчётах ограничимся каким-либо большим конечным числом N.

Обозначим подстрочным индексом “1” показатель степени, который имеет сумма членов натурального ряда: $S_1 = 1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + N^1$;

подстрочным индексом “2” сумму квадратов членов натурального ряда:

$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + N^2$;

подстрочным индексом “3” сумму кубов членов натурального ряда:

$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + N^3$; соответственно,

подстрочным индексом “n” - сумму членов натурального ряда в “n” степени:

$Sn = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + N^n$.

Сумма членов натурального ряда равна:

$S_1 = N * (N + 1) / 2 = (N^2 + N + 1) / 2$,

в то же время, интеграл $\int N^n \, dN = N^{n+1} / (n+1)$,

и таким образом, при $N \to \infty$, при первом приближении имеем:

$S_1 = 1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + N^1 = \sum N^1 = \int N\, dN = N^2 / 2$

$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + N^2 = \sum N^2 = \int N^2\, dN = N^3/ 3$

$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + N^3 = \sum N^3 = \int N^3\, dN = N^4/ 4$

$S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + N^4 = \sum N^4 = \int N^4\, dN = N^5/ 5$

$S_5 = 1^5 + 2^5 + 3^5 + \ldots + N^5 = \sum N^5 = \int N^5\, dN = N^6/ 6$

$S_6 = 1^6 + 2^6 + 3^6 + \ldots + N^6 = \sum N^6 = \int N^6\, dN = N^7/ 7$

$S_7 = 1^7 + 2^7 + 3^7 + \ldots + N^7 = \sum N^7 = \int N^7\, dN = N^8/ 8$

…………………………………….

$S_n = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + N^n = \int N^n\, dN = N^{n+1}/ (n+1)$

Таким образом:

$S_1 = 1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + N^1 = \sum N^1 = \int N\, dN = N^2 / 2$

В то же время имеем:

$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + N^3 = \int N^3\, dN = N^4/ 4 = (N^2 / 2)^2 = (\int N\, dN)^2 =$

$= (1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + N^1)^2 = (S_1)^2.$

$S_3 = (S_1)^2$.

Соответственно, $((S_1)^2)^2 = (S_1)^4 = (N^2 / 2)^4 = N^8 / 16$.

Но $(N^8/ 8) = \int N^7\, dN = \sum N^7 = 1^7 + 2^7 + 3^7 + \ldots + N^7 = S_7$,

то есть **$S_7 = (S_3)^2 * 2 =((S_1)^2)^2 *2 = (S_1)^4 * 2$**

Следовательно: $S_7 = (S_1)^4 * 2$.

$S_7 = 1^7 + 2^7 + 3^7 + \ldots + N^7 = \sum N^7 = \int N^7\, dN = N^8/ 8$

$S_{15} = 1^{15} + 2^{15} + 3^{15} + \ldots + N^{15} = \sum N^{15} = \int N^{15}\, dN = N^{16}/ 16$

$(S_7)^2 = (\int N^7\, dN)^2 = (N^8/ 8)^2 = (N^{16}/16) / 4 = ¼ *\int N^{15}\, dN = ¼* S_{15}$,

$S_{15} = 4* (S_7)^2 = 2^2* (S_7)^2 = 2^2 * ((S_1)^4 * 2)^2 = 2^2 * (S_1)^8 *2^2 = (S_1)^8 *2^4$,

Следовательно: $S_{15} = (S_1)^8 * 2^4$.

$S_{31} = 1^{31} + 2^{31} + 3^{31} + \ldots + N^{31} = \sum N^{31} = \int N^{31}\, dN = N^{32}/ 32$

$(S_{15})^2 = (N^{16}/ 16)^2 = (N^{32}/32)/8 = 1/8*\int N^{31}\, dN = 1/8* S_{31}$

$S_{31} = 8* (S_{15})^2 = 2^3* (S_{15})^2$

Следовательно: $\mathbf{S_{31} = (S_1)^{16} * 2^{11}}$**.**

$S_{63} = 1^{63} + 2^{63} + 3^{63} + \dots + N^{63} = \sum N^{63} = \int N^{63}\, dN = N^{64}/64$

$(S_{31})^2 = (N^{32}/32)^2 = (N^{64}/64)/16 = 1/16*\int N^{63}\, dN = 1/16* S_{63}$

$\mathbf{S_{63} = 16* (S_{31})^2 = 2^4* (S_{31})^2}$

Следовательно: $\mathbf{S_{63} = (S_1)^{32} * 2^{26}}$**.**

$S_{127} = 1^{127} + 2^{127} + 3^{127} + \dots + N^{127} = \sum N^{127} = \int N^{127}\, dN = N^{128}/128$

$(S_{63})^2 = (\int N^{63}\, dN)^2 = (N^{64}/64)^2 = (N^{128}/128)/32 = 1/32*\int N^{127}\, dN = 1/32* S_{127}$

$S_{127} = 32* (S_{63})^2 = 2^5* (S_{63})^2 = 2^5 *((S_1)^{32} * 2^{26})^2 = * (S_1)^{64} * 2^{52} *2^5 = (S_1)^{64} * 2^{57}$,

Следовательно: $\mathbf{S_{127} = (S_1)^{64} * 2^{57}}$**,**

но $2^{57} = 2^{64-7} = 2^{64}/2^7 = 2^{64} / (2*64)$ или $2^n / 2n$ при $n = 64$;

соответственно, $(2n -1) = 127$, $(n -1) = 63$, $n / 2 = 32$.

$S_{255} = 64*(S_{127})^2 = 2^6 *((S_1)^{64}*2^{57})^2 = (S_1)^{128} * 2^{120}$,

Следовательно: $\mathbf{S_{255} = (S_1)^{128} * 2^{120}}$**.**

Таким образом, получаем следующие общие формулы:

$\mathbf{S_{2n-1} = (S_{n-1})^2 * n/2}$ **(1)**

$\mathbf{S_{2n-1} = (S_1)^n * 2^n / 2n}$ **(2)**

или $\mathbf{S_{2n-1} = (S_1)^n * 2^{n - \log_2 2n}}$ **(2a)**

При **n = N**, из формулы (2), получаем:

$S_{2N-1} = N^N * (N + 1)^N* 2^N / 2N* 2^N = N^N * (N + 1)^N / 2 N =$

$= (N + 1)^N * N^{2N} / (2*N * N^N) = ½ * N^{2N-1} * (1 + 1/N)^N$,

Но $\lim (1 + 1/N)^N$ при $N \to \infty$ равен e,

следовательно: $\mathbf{S_{2N-1} = N^{2N-1} * ½*e}$ **(3)**

или $\mathbf{S_{2N-1} / N^{2N-1} = ½*e}$ **(4)**

Предел отношения $\mathbf{S_{2N-1} / N^{2N-1}}$ **при** $\mathbf{N \to \infty}$ **равен ½ e или e / 2.**

$\mathbf{S_{2N-1} = 1^{2N-1} + 2^{2N-1} + 3^{2N-1} + \dots + N^{2N-1} = ½ * e * N^{2N-1}}$ **(5)**

Предел отношения: $\mathbf{S_{2N-1}/ N^{2N-1} = (1^{2N-1} + 2^{2N-1} + 3^{2N-1} + \dots + N^{2N-1}) / N^{2N-1} =}$

$= 1^{2N-1}/ N^{2N-1} + 2^{2N-1}/ N^{2N-1} + 3^{2N-1} / N^{2N-1} + \dots + N^{2N-1} / N^{2N-1} =$ **1,355682752166170 ≥ 1**, следовательно, при подсчёте предела отношения S_{2N-1} / N^{2N-1} можно пользоваться формулой интегрирования: $\int N^{2n-1}dN$.

Подсчитаем конечный предел отношения сразу по формуле интегрирования:

$$S_{2n-1} = \sum N^{2n-1} = \int N^{2n-1}dN = N^{2n-1+1} / 2n-1+1 = N^{2n} /2n,$$

$$S_{2n-1} = N^{2n} /2n = (N^{2n-1} * N)/2n,$$

$$S_{2n-1} / N^{2n-1} = N / 2n, \qquad (6)$$

при n = N,

$$S_{2N-1} / N^{2N-1} = N / 2N = ½ \qquad (7)$$

Таким образом, предел, к которому стремится отношение S_{2N-1} / N^{2N-1} , равен **0,5**.

Но $S_{2N-1}/ N^{2N-1} = (1^{2N-1} + 2^{2N-1} + 3^{2N-1} + \dots + N^{2N-1}) / N^{2N-1}$ всегда **≥ 1**,

следовательно, при подсчёте предела отношения S_{2N-1} / N^{2N-1},

формула $\int N^{2n-1}dN$ оказывается неверной.

Разница двух пределов, посчитанных по одной и той же формуле, но разными способами составляет:

$$(S_{2N-1} / N^{2N-1})_{(4)} : (S_{2N-1} / N^{2N-1})_{(6)} = ½*e : ½ = e.$$

Какая формула правильная?

Чему равен предел отношений S_{2n-1} / N^{2n-1}: **½ или ½ е?**

Но что есть е?

Леонард Эйлер ввёл обозначение числа е. Но он не сказал, что е - число, е всего лишь предел, который он и назвал буквой «е».

Второй замечательный предел математики.

$e = (1 + 1 / n)^n =$ **2,711365504332330**

$e = (1 + 1 / n)^n = (1 + 1 / N)^N = (1 + N)^N / N^N$

Обозначим буквой **E** выражение $(1 + 1/N)^N$, то есть

$E = (1 + 1/N)^N$.

E - функция. Каждому значению числа N соответствует определённое значение E.

$E_N = F (N)$.

При $N \to \infty$ $E = e$

В то же время, сумма конечного числа ряда, составленного из последовательных натуральных чисел, то есть арифметическая прогрессия- $\mathbf{S_1}$ – равна половине произведения конечного числа на следующее за ним, то есть:

$S_1 = N * (N + 1) / 2$,

Соответственно, $(S_1)^N = (N * (N + 1) / 2)^N = N^N * (N + 1)^N / 2^N$,

тогда $N^N = [2S_1 /(N + 1)]^N$ или $N^N = [2S_1 /(N + 1)]^N$,

то $\mathbf{e = E = (1+1/N)^N *N^{2N} / N^{2N} = (1+N)^N * N^N/N^{2N} = 2^N *(S_1)^N /N^{2N}}$,

следовательно, при $\mathbf{N} \to \infty$: $\mathbf{e = 2^N *(S_1)^N /N^{2N}}$ **(8)**

или $\mathbf{e = 2^N/N *(S_1)^N /N^{2N-1}}$ **(8a)**

или $\mathbf{\ln e = N * \ln 2 + N * \ln S_1 - 2N * \ln N}$

$\mathbf{N * \ln 2 + N * \ln S_1 - 2N * \ln N = 1}$

$\mathbf{N * \ln 2 + N * \ln N + N* \ln (N + 1) – N* \ln 2 - 2N * \ln N = 1}$

$\mathbf{N * (\ln (N + 1) – \ln N) = 1}$

$\mathbf{\ln (1 + 1 / N) = 1 / N}$

$\mathbf{e^{1/N} = (1+ 1 / N)}$

$\mathbf{e = (1 + 1 / N)^{1/N}}$

Соответственно, при $\mathbf{S_{2n-1} / N^{2n-1} =} e / 2 = 2^N *(S_1)^N /(2*N^{2N}) =$

$= (2^N/2N) * (S_1)^N / N^{2N-1} = S_{2N-1} / N^{2N-1}$ получается совершенное тождество.

Чему равно отношение $S_{2n-1} / (S_1)^n$, то есть предел $S_{2n-1} / (S_1)^n$?

Так как $(S_1)^n = N^n * (N + 1)^n / 2^n = N^n * (1 + 1/N)^n * N^n / 2^n$, то

$S_{2n-1} / (S_1)^n = 2^n * S_{2n-1} / (N^n *(1+1/N)^n * N^n) = 2^n * S_{2n-1} / (N^{2n-1} * N * e)$

При $N = n \to \infty$

$\mathbf{S_{2n-1} / (S_1)^n = 2^n * S_{2n-1} / (N^{2n-1} * N * e) = (2^n / n) * (S_{2n-1} / (N^{2n-1}) / e}$. **(9)**

$\mathbf{S_{2n-1} / (S_1)^n = 2^n / n * (S_{2n-1} / (N^{2n-1}) * 1 / e}$ **(9a)**

При $S_{2n-1} / N^{2n-1} = e/2$,

$S_{2n-1} / (S_1)^n = (2^n / n) * (S_{2n-1} / (N^{2n-1}) / e = (2^n / 2n)$

Будем считать, что подготовительная работа закончена и приступим к непосредственным вычислениям.

Считаем, что

$|S_1| = 1^1 + 2^1 + 3^1 + \ldots + N^1 = \sum N^1$

$|S_2| = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + N^2 = \sum N^2$

$|S_3| = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + N^3 = \sum N^3$

$|S_4| = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + N^4 = \sum N^4$

…………………………………

$|S_n| = 1^n + 2^n + 3^n + \ldots + N^n$

то есть суммы рядов, полученные при непосредственном подсчёте чисел.

Соответственно,

$S_1 = \int dN = N^2 / 2$

$S_2 = \int N^2 dN = N^3 / 3$

$S_3 = \int N^3 dN = N^4 / 4$

$S_4 = \int N^4 dN = N^5 / 5$

…………………………………

$S_n = \int N^n dN = N^{n+1} / (n+1)$

то есть суммы рядов, полученные расчётным путём с помощью формул:

$\mathbf{S_{2n-1} = (S_{n-1})^2 * n/2}$ **(1)**

$\mathbf{S_{2n-1} = (S_1)^n * 2^n / 2n}$ **(2)**

Из формулы (2) получается следующая формула:

$\mathbf{S_{2n-1} / N^{2n-1} = N / 2n * (1 + 1/N)^n}$ **(10)**

$\mathbf{S_{2n-1} / N^{2n-1} = N / 2n * E}$ **(11)**

Благодаря этой формуле можно подсчитать отношение $\mathbf{S_{2n-1} / N^{2n-1}}$ при любом значении N от N = 0 до N = ∞.

При n = N, $\mathbf{S_{2n-1} / N^{2n-1} = 1 / 2 * E}$

Расчёты будем проводить табличным способом и результаты расчётов сведём в таблицы.

Таблица №1. Отношение рассчитанных по формулам сумм числовых рядов, составленных из членов натурального ряда, возведенных в 2n – 1 степень, к суммам натурального ряда, возведённых в n степень, отношение $S_{2n-1} / (S_1)^n$.

№	N	N	n = 2	n = 4	n = 8	n = 16	n = 32	n = 64
			2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
			$S_3/(S_1)^2$	$S_7/(S_1)^4$	$S_{15}/(S_1)^8$	$S_{31}/(S_1)^{16}$	$S_{63}/(S_1)^{32}$	$S_{127}/(S_1)^{64}$
1	1	2^0	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
2	2	2^1	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
3	4	2^2	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
4	8	2^3	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
5	16	2^4	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
6	32	2^5	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
7	64	2^6	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
8	128	2^7	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
9	256	2^8	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
10	512	2^9	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
11	1024	2^{10}	1	2	16	2048	67108864	1,44115E+17
	lim		2^0	2^1	2^4	2^{11}	2^{26}	2^{57}

Таблица № 2. Отношение рассчитанных по формулам сумм числовых рядов, составленных из членов натурального ряда, возведенных в 2n – 1 , к членам натурального ряда, возведённых в 2n - 1 степень, отношение S_{2n-1} / N^{2n-1}.

№	N	N	n = 2	n = 4	n = 8	n = 16	n = 32	n = 64
			2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
			S_3/N^3	S_7/N^7	S_{15}/N^{15}	S_{31}/N^{31}	S_{63}/N^{63}	S_{127}/N^{127}
1	1	2^0	1	2	16	2048	67108864	1,4412E+17
2	2	2^1	1,125	1,265625	3,2036133	41,052552	13482,5	2908443326
3	4	2^2	1,5625	1,220703	1,4901161	4,4408921	78,88609	49784,1222
4	8	2^3	2,53125	1,601807	1,2828923	1,6458125	5,417398	117,392798
5	16	2^4	4,515625	2,548859	1,6241701	1,3189642	1,739667	6,05288038
6	32	2^5	8,507813	4,52393	2,5582424	1,636151	1,338495	1,79156904
7	64	2^6	16,50391	8,511841	4,5282151	2,5630915	1,64236	1,34867248
8	128	2^7	32,50195	16,50589	8,5138876	4,5303926	2,565557	1,6455209
9	256	2^8	64,50098	32,50294	16,50689	8,5149189	4,53149	**#ЧИСЛО!**
10	512	2^9	128,5005	64,50147	32,503431	16,507391	8,515437	**#ЧИСЛО!**
11	1024	2^{10}	**256,5002**	**128,5007**	**64,501712**	**32,503679**	**16,50764**	

При значении $N \geq 2^8 = 256$, - вычисления заканчиваются.

При малых значениях N, то есть при небольшом количестве членов рядов расчётные значения отношений достигают огромных величин, что не соответствует реальным значениям.

Таблица № 3. Отношение подсчитанных сумм числовых рядов, составленных из членов натурального ряда, возведенных в 2n – 1 , к членам натурального ряда, возведённых в 2n - 1 степень, отношение $|S_{2n-1}| / N^{2n-1}$.

№	N	N	n = 2	n = 4	n = 8	n = 16	n = 32	n = 64
			2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
			$\|S_3\|/N^3$	$\|S_7\|/N^7$	$\|S_{15}\|/N^{15}$	$\|S_{31}\|/N^{31}$	$\|S_{63}\|/N^{63}$	$\|S_{127}\|/N^{127}$
1	1	2^0	1	1	1	1	1	1
2	2	2^1	1,125	1,00781	1,000030	1	1	1
3	4	2^2	1,5625	1,14135	1,013393	1,00013	1	1
4	8	2^3	2,5312	1,57234	1,149195	1,01606	1,00022	1,000000043
5	16	2^4	4,5156	2,53638	1,577210	1,15291	1,01737	1,000275689
6	32	2^5	8,5078	4,51822	2,538947	1,57960	1,15473	1,018016724
7	64	2^6	16,503	8,50911	4,51951	2,54022	1,58079	1,155628658
8	128	2^7	32,501	16,5045	8,509763	4,52016	2,54085	1,581386293
9	256	2^8	64,500	32,5022	16,50488	8,51008	4,52048	**#ЧИСЛО!**
10	512	2^9	128,50	64,5011	32,50244	16,5050	8,51025	**#ЧИСЛО!**
11	1024	2^{10}	**256,50**	**128,500**	**64,5012**	**32,5025**	**16,5051**	**#ЧИСЛО!**

Можно приблизительно, по аналогии, подсчитать значения $|\mathbf{S_{2n-1}}| / \mathbf{N^{2n-1}}$ при n > 64, но эти подсчёты будут не верны.

Рассмотрим значение отношения $\mathbf{S_{149} / N^{149}}$, при значениях N = 75, n = 75.

Отношение суммы числового ряда, составленного из 75 первых членов в 149 степени к числу 75^{149} равно: $\mathbf{S_{149} / N^{149}}$ = **1,155759496**.

Похожее значение даёт отношение **π** к e**,** равное: **π / e** = **1,1557273497909200**

e / 2 = 1,3591409142295200

π / e = 1,155727349790920

e^2 / 2π = 1,1760048029281300

Есть ли связь между **π** и отношением $\mathbf{S_{2n-1}} / \mathbf{N^{2n-1}}$? Вопрос остаётся без ответа.

Таким образом, формулы, полученные при помощи формул математического анализа, не позволяют правильно рассчитать значения отношений S_{2n-1} / N^{2n-1}, следовательно, они неверны при расчетах бесконечно больших величин.

Сравнение значений отношений S_{2n-1} / N^{2n-1}, полученных по формулам и при непосредственном подсчёте, не может дать однозначный ответ о существовании актуальной бесконечности.

Выводы:

1. Недостаточная мощность компьютера не позволяет непосредственно подсчитать пределы отношений $|S_{2n-1}|$ / N^{2n-1} при значениях $N \geq 2^8 = 256$.
2. Вычисления пределов S_{2n-1} / N^{2n-1}, подсчитанных по формулам, не могут считаться точными, так как при значении **N = 1**, значения пределов должны быть равны **1**, а не значениям 2^N / **2N**, то есть значениям пределов, к которым стремятся отношения S_{2n-1} / $(S_1)^n$.
   Конечно, можно доказать, что lim $|S_{2n-1}|$ / N^{2n-1} → S_{2n-1} / N^{2n-1}и в бесконечности при **n** = $N \to \infty$, пределы отношений $|S_{2n-1}|$ / $(S_1)^n \to$ S_{2n-1} / $(S_1)^n$.
3. Положительным результатом является то, что значения отношений S_{2n-1} / $N^{2n-}1$ при увеличении значений **N** и **n** приближаются к какому-то определённому значению, следовательно, существует предел отношений S_{2n-1} / N^{2n-1}, к которому приближаются значения S_{2n-1} / N^{2n-1} при увеличении значений **N** и **n.**

III.

Так как непосредственно подсчитать бесконечно большие числовые ряды не удаётся, то надо искать предел, к которому стремятся значения этих отношений.

Прежде, чем продолжим наши расчёты, рассмотрим формулы, полученные нами.

Формулы.

$N + 1 = N * (1 + 1/N)$

$S_1 = N * (N + 1) / 2 = N * N * (1 + 1/N) = N^2 * (1 +1/N) / 2$

$2 * (S_1) / N = N * (1 + 1/ N) = N + 1$

$N + 1 = 2 * (S_1) / N$

Каждое последующее число – N +1 - равно удвоенному частному от деления суммы натурального ряда на число. Отсюда связь бесконечного с конечным числом, связь бесконечности и конечного.

$N = 2 * (S_1) / N – 1$

Само число N равняется удвоенному частному от деления суммы натурального ряда на само себя за вычетом единицы.

$1 = 2 * (S_1) / N - N$

Единица или число 1 равно разности удвоенного частного от деления суммы натурального ряда на число и самого числа.

Раннее была получена формула $e = 2^N * (S_1)^N / N^{2N}$

Из формулы $e = 2^N * (S_1)^N / N^{2N}$ получаем:

$S_1 = ½ * N^2 * \sqrt[N]{e}$

$N^2 = 2 * S_1 / \sqrt[N]{e}$

$N = \sqrt{2} * \sqrt{S_1} / \sqrt[2N]{e}$

$S_1/N = ½ * N * \sqrt[N]{e}$ **или** $N + 1 = N * \sqrt[N]{e}$

$N * (\sqrt[N]{e} - 1) = 1$

$N = 1 / (\sqrt[N]{e} - 1)$

$e = (1 + 1/ N)^N = ((1 + N) / N)^N$,

следовательно: $e^{1/N} = (1 + N) / N$

или: $1 / N = \ln ((1 + N) / N)$.

Соответственно,

$1 / N = \log_E ((1 + N) / N))$

$N * ((\log_E (1 + N) - \log_E N)) = 1$

$N = 1 / (\log_E ((1 + N) / N)))$

Выводы:

Если e трансцендентное число, то корень N степени из трансцендентного числа – число рациональное, так как N –натуральное число.

$\sqrt[N]{e} = (1 + 1/N)$

$e^{1/N} = (1 + 1/N)$

$\ln (1 + 1 / N) = 1 / N$

$e = ((N + 1) / N)^N$ **при** $N \to \infty$

e - не число, e - функция, функция от N и правильно писать e=f(N) или e(N)

$e = (1 + 1 / n)^n = (1 + 1 / N)^N = (1 + N)^N / N^N$ = **2,711365504332330** с точностью до 15 знака после запятой, так как шестнадцатиразрядный компьютер с большей точностью не считает.

Обозначим $\mathbf{(1 + 1 / N)^N = E}$.

E – всегда рациональное число, при $\mathbf{N \to \infty}$ значение его приближается к e, но оно остаётся всегда конкретным числом, в отличии от e.

$$\mathbf{E = (1 + 1/N)^N}$$

$$\mathbf{E^{1/N} = (1 + 1 / N) = (1 + N) / N}$$

$$\mathbf{\log_E (1 + 1 / N) = 1 / N}$$

$$\mathbf{N = 1 / \log_E (1 + 1 / N)}$$

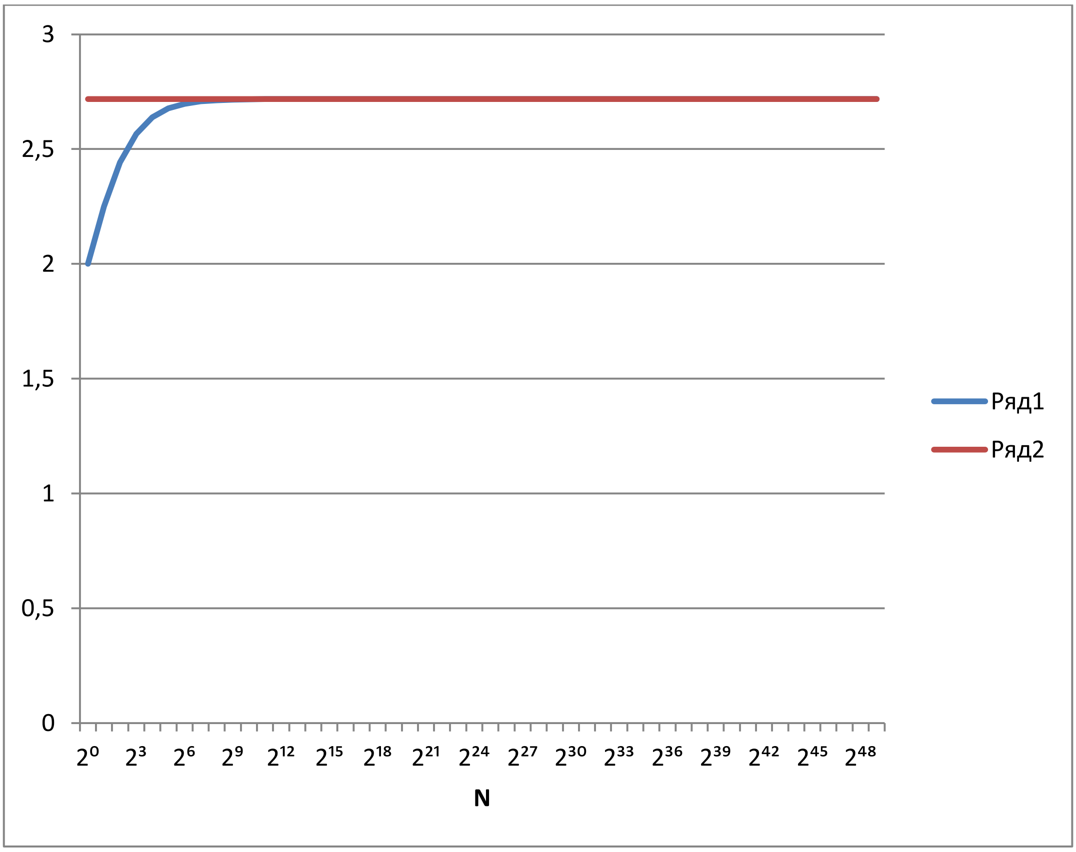
$$\mathbf{N + 1 = N * E^{1/N}}$$

$\mathbf{E = (1 + 1/N)^N = 2^N *(S_1)^N / N^{2N}}$ - является совершенным тождеством,

при $N \to \infty$ $\mathbf{E} = e$

$$– \quad = e = \mathbf{E}.$$

График № 1. Значения e и E.



Ряд 1 – значения **E**, где $E = (1 + 1 / N)^N$

Ряд 2 – значения е

где е = – = **2,711365504332330**

Только при числе $N \geq 2^{47}$ E становится равным е.

Но это вызвано только мощностью шестнадцатиразрядного компьютера.

При числе **$N \geq$** 140737488355328 = $1{,}40737 * 10^{14}$ формулы, где присутствует е, становятся безусловно верными. При числах, меньших 140737488355328, - сказать этого нельзя. Все вычисления будут приближёнными с разной степенью точности, даже вне зависимости от мощности и производительности вычислительной техники. Можно предположить, что число, большее 140737488355328, - и является ∞ в формулах.

Если рассматривать прямоугольный треугольник ABC, где AB – гипотенуза, BC и AC – катеты, а **α** – угол при вершине A,

то $\mathbf{\cos^{-1}\alpha = (N + 1)}$ / N = **(1+ 1 / N) = $2S_1$ / N^2 = $^N\sqrt{e}$**

$\mathbf{\cos\alpha = N^2 / 2S_1 = 1 / {}^N\sqrt{e}}$

$\mathbf{\cos\alpha = 1 / {}^N\sqrt{e}}$

$\mathbf{N = \sqrt{(2S_1 * \cos\alpha)}}$

$\mathbf{e = 1 / \cos^N\alpha}$

Вывод: между е и π нет явно видимой связи.

IV.

Подсчитаем значения суммы числовых рядов $\mathbf{S_{2n-1}}$, $\mathbf{N^{2n-1}}$, $\mathbf{(S_1)^n}$, $\mathbf{E_n}$ при значениях **N = n** от **1** до максимально возможных для расчёта на шестнадцатиразрядном компьютере, то есть до **N = 82**.

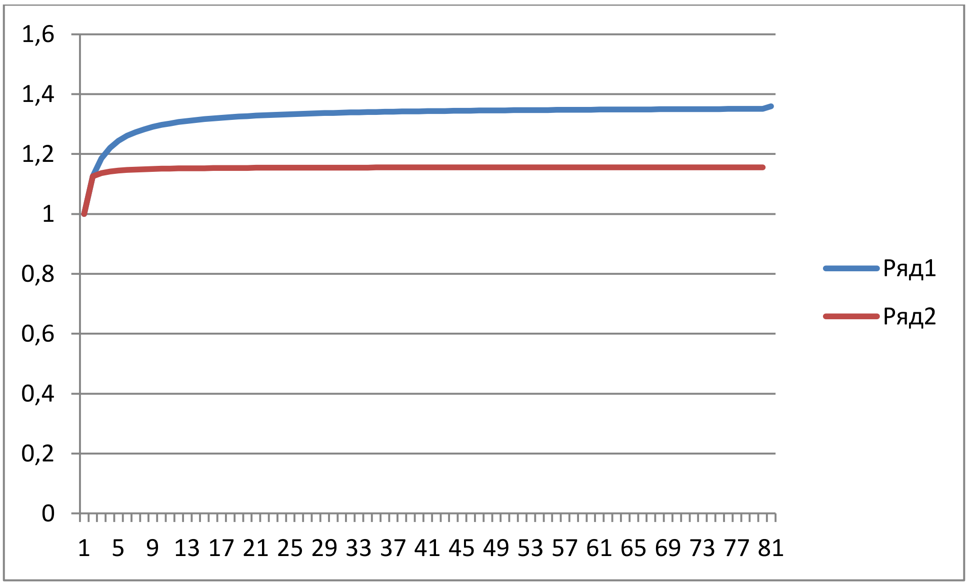
Таблица № 4. Подсчитанные значения S_{2n-1} / N^{2n-1}, $S_{2n-1} / (S_1)^n$, $E_n / 2$, $2^n / 2n$, α.

№№	N	n	S_{2n-1} / N^{2n-1}	$E_N / 2$	$S_{2n-1}/ (S_1)^n$	$2^n / 2n$	α
1	1	1	1	1	1	1	1,000000
2	2	2	1,125	1,125	1	1	1,000000
3	3	3	1,1358025	1,1851852	1	1	0,958333
4	4	4	1,1413574	1,2207031	1,87	2	0,935000
5	5	5	1,1445581	1,2441600	2,943822222	3,2	0,919944
6	6	6	1,1466429	1,2608132	4,850384699	5,333333333	0,909447
7	7	7	1,1481087	1,2732498	8,24425319	9,142857143	0,901715
8	8	8	1,1491956	1,2828923	14,33255903	16	0,895785
9	9	9	1,1500336	1,2905874	25,34664937	28,44444444	0,891093
10	10	10	1,1506995	1,2968712	45,42919183	51,2	0,887289

11	11	11	1,1512413	1,3020995	82,30561297	93,09090909	0,884142
12	12	12	1,1516908	1,3065176	150,4420774	170,6666667	0,881497
13	13	13	1,1520697	1,3103004	277,0285115	315,0769231	0,879241
14	14	14	1,1523935	1,3135758	513,3429081	585,1428571	0,877295
15	15	15	1,1526733	1,3164394	956,3878574	1092,266667	0,875599
16	16	16	1,1529176	1,3189642	1790,173734	2048	0,874108
17	17	17	1,1531326	1,3212072	3364,645727	3855,058824	0,872787
18	18	18	1,1533235	1,3232129	6346,858491	7281,777778	0,871608
19	19	19	1,1534939	1,3250172	12011,02645	13797,05263	0,870550
20	20	20	1,1536471	1,3266489	22795,90893	26214,4	0,869595
21	21	21	1,1537855	1,3281316	43377,50673	49932,19048	0,868728
22	22	22	1,1539112	1,3294849	82736,31855	95325,09091	0,867939
23	23	23	1,1540258	1,3307251	158146,3798	182361,0435	0,867216
24	24	24	1,1541308	1,3318656	302881,8637	349525,3333	0,866552
25	25	25	1,1542273	1,3329182	581122,5468	671088,64	0,865940
26	26	26	1,1543162	1,3338925	1116813,163	1290555,077	0,865374
27	27	27	1,1543986	1,3347970	2149595,201	2485513,481	0,864850
28	28	28	1,1544750	1,3356389	4143308,787	4793490,286	0,864362
29	29	29	1,1545460	1,3364246	7996660,946	9256395,034	0,863907
30	30	30	1,1546123	1,3371594	15452602,49	17895697,07	0,863481
31	31	31	1,1546743	1,3378482	29894469,93	34636833,03	0,863083
32	32	32	1,1547324	1,3384951	57895453,56	67108864	0,862709
33	33	33	1,1547869	1,3391038	112236347,7	130150524,1	0,862358
34	34	34	1,1548382	1,3396777	217786900,2	252645135,1	0,862027
35	35	35	1,1548866	1,3402196	422975444,6	490853405,3	0,861714
36	36	36	1,1549322	1,3407322	822170315,3	954437176,9	0,861419
37	37	37	1,1549753	1,3412177	1599379577	1857283155	0,861139
38	38	38	1,1550162	1,3416783	3113622266	3616814565	0,860874
39	39	39	1,1550550	1,3421158	6065797251	7048151460	0,860622
40	40	40	1,1550918	1,3425319	11825015321	13743895347	0,860383
41	41	41	1,1551268	1,3429282	23067091384	26817356775	0,860155
42	42	42	1,1551601	1,3433060	45024382921	52357696561	0,859938
43	43	43	1,1551919	1,3436665	87933423110	1,0228E+11	0,859731
44	44	44	1,1552222	1,3440111	1,7183E+11	1,99911E+11	0,859533
45	45	45	1,1552511	1,3443406	3,3595E+11	3,90937E+11	0,859344
46	46	46	1,1552788	1,3446561	6,57155E+11	7,64878E+11	0,859163
47	47	47	1,1553053	1,3449584	1,28609E+12	1,49721E+12	0,858990
48	48	48	1,1553307	1,3452483	2,5181E+12	2,93203E+12	0,858823
49	49	49	1,1553551	1,3455266	4,9325E+12	5,74439E+12	0,858664
50	50	50	1,1553784	1,3457940	9,66597E+12	1,1259E+13	0,858511
51	51	51	1,1554009	1,3460511	1,89496E+13	2,20765E+13	0,858363
52	52	52	1,1554225	1,3462985	3,71643E+13	4,33038E+13	0,858222
53	53	53	1,1554432	1,3465367	7,29146E+13	8,49736E+13	0,858085
54	54	54	1,1554632	1,3467662	1,43107E+14	1,668E+14	0,857954
55	55	55	1,1554825	1,3469875	2,80968E+14	3,27535E+14	0,857827
56	56	56	1,1555011	1,3472010	5,51823E+14	6,43371E+14	0,857705

57	57	57	1,1555190	1,3474072	1,08413E+15	1,26417E+15	0,857587
58	58	58	1,1555363	1,3476064	2,1306E+15	2,48474E+15	0,857473
59	59	59	1,1555530	1,3477989	4,18844E+15	4,88526E+15	0,857363
60	60	60	1,1555691	1,3479851	8,23625E+15	9,60768E+15	0,857257
61	61	61	1,1555848	1,3481652	1,62005E+16	1,89004E+16	0,857154
62	62	62	1,1555999	1,3483397	3,18747E+16	3,7191E+16	0,857054
63	63	63	1,1556145	1,3485087	6,27305E+16	7,32014E+16	0,856957
64	64	64	1,1556287	1,3486725	1,23487E+17	1,44115E+17	0,856864
65	65	65	1,1556424	1,3488313	2,43149E+17	2,83796E+17	0,856773
66	66	66	1,1556557	1,3489854	4,7888E+17	5,58992E+17	0,856685
67	67	67	1,1556686	1,3491349	9,43372E+17	1,1013E+18	0,856600
68	68	68	1,1556812	1,3492801	1,85882E+18	2,17021E+18	0,856517
69	69	69	1,1556933	1,3494211	3,66341E+18	4,27751E+18	0,856436
70	70	70	1,1557051	1,3495582	7,22149E+18	8,4328E+18	0,856358
71	71	71	1,1557166	1,3496914	1,42383E+19	1,66281E+19	0,856282
72	72	72	1,1557278	1,3498210	2,80787E+19	3,27942E+19	0,856208
73	73	73	1,1557387	1,3499471	5,53834E+19	6,469E+19	0,856136
74	74	74	1,1557492	1,3500698	1,09261E+20	1,27632E+20	0,856066
75	75	75	1,1557595	1,3501893	2,15591E+20	2,5186E+20	0,855998
76	76	76	1,1557695	1,3503057	4,25476E+20	4,97091E+20	0,855932
77	77	77	1,1557793	1,3504191	8,39838E+20	9,81271E+20	0,855867
78	78	78	1,1557888	1,3505296	1,65802E+21	1,93738E+21	0,855804
79	79	79	1,1557980	1,3506374	3,27383E+21	3,82571E+21	0,855743
80	80	80	1,1558070	1,3507425	6,46536E+21	7,55579E+21	0,855683
81	81	81	1,1558158	1,3508450	1,27702E+22	1,4925E+22	0,855624

График № 2.



Ряд 1 – значения **E / 2**

Ряд 2 – значения S_{2n-1} / N^{2n-1}

Предел отношений S_{2n-1} / N^{2n-1} не стремиться к **E / 2,** он меньше **E / 2**,

то есть при **n и N** $\to \infty$ $\lim S_{2n-1} / N^{2n-1} = \alpha * E / 2$, где $\alpha \leq 1$.

Соответственно, предел отношений $S_{2n-1}/ (S_1)^n$ не стремиться к $2^n / 2n$, он меньше $2^n / 2n$,

то есть при **n** и **N** $\to \infty$ $\lim S_{2n-1}/ (S_1)^n = \alpha * 2^n / 2n$, где $\alpha \leq 1$.

$(E_N / 2) / ((S_{2n-1} / N^{2n-1})) = (2^n / 2n) / ((S_{2n-1}/ (S_1)^n)$

При N = 80 $S_{159} / N^{159} = 1{,}155807034519630$

$\alpha = 0{,}8556827521661650$

$E / 2\alpha = S_{159} / N^{159} = 1{,}155807034519630$

$1 / \alpha = 1{,}168657422939160$

$1 - \alpha = 0{,}1443172478338350$

Обозначим разницу между **E / 2 и** S_{2n-1} / N^{2n-1} **Δ**, то есть

$\Delta = E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}$.

Тогда $E / 2 = S_{2n-1} / N^{2n-1} + (E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1})$.

При увеличении N, значения S_{2n-1} / N^{2n-1} и $\Delta = E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}$ увеличиваются, но увеличиваться они не могут беспредельно, так как сумма S_{2n-1} / N^{2n-1} и $\Delta = E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}$ всегда равна **E / 2** и является совершенным тождеством.

$S_{2n-1} / N^{2n-1} + (E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) = E / 2$,

где $E = (1 + 1 / N)^N$

Для упрощения громоздких обозначений, введём следующие обозначения:

$A = S_{2n-1} / N^{2n-1}$

$B = (E/2) / (S_{2n-1} / N^{2n-1})$

$a = E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1} = E / 2 - A$

$b = E/ 2 - (E / 2) / (S_{2n-1} / N^{2n-1}) = E / 2 - B$

$A * B = E / 2$

$B - A = a - b$

$A + a = A * B$

$B + b = A * B$

A = √ (E / 2) * √(A / B)

B = √ (E / 2) / √(A / B)

Таблица № 5.

№№	N	E	E / 2 = A * B	A	B	a	b
1	1	2	1	1	1	0	0
2	2	2,250000	1,125000	1,125000	1,000000	0	0,125
3	3	2,370370	1,185185	1,135802	1,043478	0,049383	0,141707
4	4	2,441406	1,220703	1,141357	1,069519	0,079346	0,151184
5	5	2,488320	1,244160	1,144558	1,087022	0,099602	0,157138
6	6	2,521626	1,260813	1,146643	1,099569	0,114170	0,161244
7	7	2,546500	1,273250	1,148109	1,108998	0,125141	0,164252
8	8	2,565785	1,282892	1,149196	1,116339	0,133697	0,166553
9	9	2,581175	1,290587	1,150034	1,122217	0,140554	0,168370
10	10	2,593742	1,296871	1,150699	1,127029	0,146172	0,169843
11	11	2,604199	1,302100	1,151241	1,131040	0,150858	0,171060
12	12	2,613035	1,306518	1,151691	1,134434	0,154827	0,172083
13	13	2,620601	1,310300	1,152070	1,137345	0,158231	0,172956
14	14	2,627152	1,313576	1,152393	1,139867	0,161182	0,173708
15	15	2,632879	1,316439	1,152673	1,142075	0,163766	0,174364
16	16	2,637928	1,318964	1,152918	1,144023	0,166047	0,174941
17	17	2,642414	1,321207	1,153133	1,145755	0,168075	0,175452
18	18	2,646426	1,323213	1,153323	1,147304	0,169889	0,175909
19	19	2,650034	1,325017	1,153494	1,148699	0,171523	0,176318
20	20	2,653298	1,326649	1,153647	1,149961	0,173002	0,176688
21	21	2,656263	1,328132	1,153786	1,151108	0,174346	0,177024
22	22	2,658970	1,329485	1,153911	1,152155	0,175574	0,177330
23	23	2,661450	1,330725	1,154026	1,153116	0,176699	0,177610
24	24	2,663731	1,331866	1,154131	1,153999	0,177735	0,177867
25	25	2,665836	1,332918	1,154227	1,154814	0,178691	0,178104
26	26	2,667785	1,333892	1,154316	1,155569	0,179576	0,178323
27	27	2,669594	1,334797	1,154399	1,156270	0,180398	0,178527
28	28	2,671278	1,335639	1,154475	1,156923	0,181164	0,178716
29	29	2,672849	1,336425	1,154546	1,157533	0,181879	0,178892
30	30	2,674319	1,337159	1,154612	1,158102	0,182547	0,179057
31	31	2,675696	1,337848	1,154674	1,158637	0,183174	0,179211
32	32	2,676990	1,338495	1,154732	1,159139	0,183763	0,179356
33	33	2,678208	1,339104	1,154787	1,159611	0,184317	0,179493
34	34	2,679355	1,339678	1,154838	1,160057	0,184839	0,179621
35	35	2,680439	1,340220	1,154887	1,160477	0,185333	0,179742
36	36	2,681464	1,340732	1,154932	1,160875	0,185800	0,179857
37	37	2,682435	1,341218	1,154975	1,161252	0,186242	0,179965
38	38	2,683357	1,341678	1,155016	1,161610	0,186662	0,180068
39	39	2,684232	1,342116	1,155055	1,161950	0,187061	0,180166

40	40	2,685064	1,342532	1,155092	1,162273	0,187440	0,180259
41	41	2,685856	1,342928	1,155127	1,162581	0,187801	0,180347
42	42	2,686612	1,343306	1,155160	1,162874	0,188146	0,180432
43	43	2,687333	1,343667	1,155192	1,163154	0,188475	0,180512
44	44	2,688022	1,344011	1,155222	1,163422	0,188789	0,180589
45	45	2,688681	1,344341	1,155251	1,163678	0,189089	0,180662
46	46	2,689312	1,344656	1,155279	1,163923	0,189377	0,180733
47	47	2,689917	1,344958	1,155305	1,164158	0,189653	0,180800
48	48	2,690497	1,345248	1,155331	1,164384	0,189918	0,180865
49	49	2,691053	1,345527	1,155355	1,164600	0,190172	0,180927
50	50	2,691588	1,345794	1,155378	1,164808	0,190416	0,180986
51	51	2,692102	1,346051	1,155401	1,165008	0,190650	0,181043
52	52	2,692597	1,346298	1,155422	1,165200	0,190876	0,181098
53	53	2,693073	1,346537	1,155443	1,165385	0,191093	0,181151
54	54	2,693532	1,346766	1,155463	1,165564	0,191303	0,181202
55	55	2,693975	1,346988	1,155482	1,165736	0,191505	0,181252
56	56	2,694402	1,347201	1,155501	1,165902	0,191700	0,181299
57	57	2,694814	1,347407	1,155519	1,166062	0,191888	0,181345
58	58	2,695213	1,347606	1,155536	1,166217	0,192070	0,181389
59	59	2,695598	1,347799	1,155553	1,166367	0,192246	0,181432
60	60	2,695970	1,347985	1,155569	1,166512	0,192416	0,181473
61	61	2,696330	1,348165	1,155585	1,166652	0,192580	0,181513
62	62	2,696679	1,348340	1,155600	1,166788	0,192740	0,181552
63	63	2,697017	1,348509	1,155614	1,166919	0,192894	0,181590
64	64	2,697345	1,348672	1,155629	1,167047	0,193044	0,181626
65	65	2,697663	1,348831	1,155642	1,167170	0,193189	0,181661
66	66	2,697971	1,348985	1,155656	1,167290	0,193330	0,181695
67	67	2,698270	1,349135	1,155669	1,167406	0,193466	0,181729
68	68	2,698560	1,349280	1,155681	1,167519	0,193599	0,181761
69	69	2,698842	1,349421	1,155693	1,167629	0,193728	0,181792
70	70	2,699116	1,349558	1,155705	1,167736	0,193853	0,181822
71	71	2,699383	1,349691	1,155717	1,167839	0,193975	0,181852
72	72	2,699642	1,349821	1,155728	1,167940	0,194093	0,181881
73	73	2,699894	1,349947	1,155739	1,168038	0,194208	0,181909
74	74	2,700140	1,350070	1,155749	1,168134	0,194321	0,181936
75	75	2,700379	1,350189	1,155759	1,168227	0,194430	0,181962
76	76	2,700611	1,350306	1,155770	1,168317	0,194536	0,181988
77	77	2,700838	1,350419	1,155779	1,168406	0,194640	0,182013
78	78	2,701059	1,350530	1,155789	1,168492	0,194741	0,182038
79	79	2,701275	1,350637	1,155798	1,168576	0,194839	0,182062
80	80	2,701485	1,350742	1,155808	1,168657	0,194935	0,182086
N	**N**	**2,718282**	**1,359141**	**1,165822**	**1,165822**	**0,193319**	**0,193319**

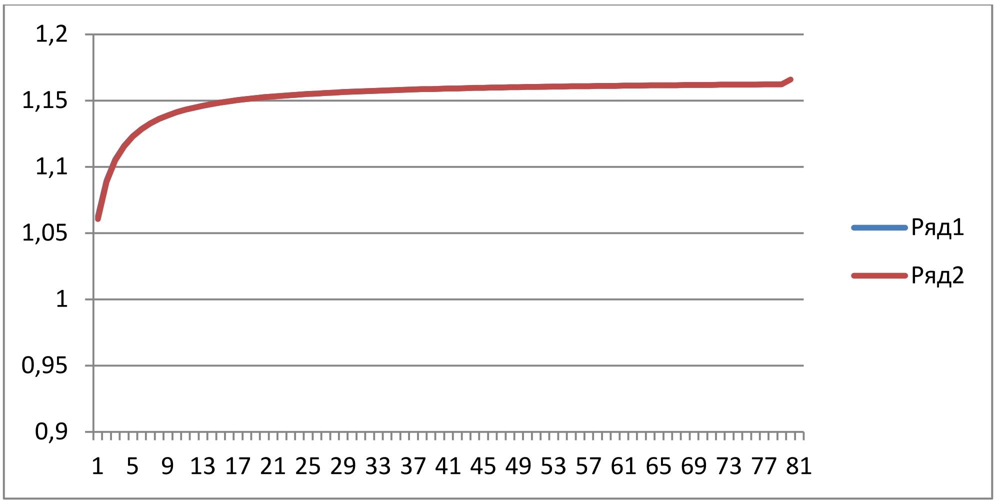
Таблица № 6.

№№	N	E	E / 2	A	B	(A + B) / 2	√ (E / 2)	% Δ
1	1	2	1	1	1	1	1	0,000%
2	2	2	1,125	1,125	1	1,0625	1,060660	0,173%
3	3	2,086957	1,185185	1,135802	1,043478	1,089640	1,088662	0,090%
4	4	2,139037	1,220703	1,141357	1,069519	1,105438	1,104854	0,053%
5	5	2,174044	1,244160	1,144558	1,087022	1,115790	1,115419	0,033%
6	6	2,199138	1,260813	1,146643	1,099569	1,123106	1,122859	0,022%
7	7	2,217995	1,273250	1,148109	1,108998	1,128553	1,128384	0,015%
8	8	2,232679	1,282892	1,149196	1,116339	1,132767	1,132648	0,011%
9	9	2,244434	1,290587	1,150034	1,122217	1,136125	1,136040	0,007%
10	10	2,254057	1,296871	1,150699	1,127029	1,138864	1,138803	0,005%
11	11	2,262079	1,302100	1,151241	1,131040	1,141140	1,141096	0,004%
12	12	2,268869	1,306518	1,151691	1,134434	1,143063	1,143030	0,003%
13	13	2,274689	1,310300	1,152070	1,137345	1,144707	1,144684	0,002%
14	14	2,279735	1,313576	1,152393	1,139867	1,146130	1,146113	0,001%
15	15	2,284150	1,316439	1,152673	1,142075	1,147374	1,147362	0,001%
16	16	2,288046	1,318964	1,152918	1,144023	1,148470	1,148462	0,001%
17	17	2,291509	1,321207	1,153133	1,145755	1,149444	1,149438	0,001%
18	18	2,294609	1,323213	1,153323	1,147304	1,150314	1,150310	0,000%
19	19	2,297398	1,325017	1,153494	1,148699	1,151096	1,151094	0,000%
20	20	2,299921	1,326649	1,153647	1,149961	1,151804	1,151802	0,000%
21	21	2,302216	1,328132	1,153786	1,151108	1,152447	1,152446	0,000%
22	22	2,304311	1,329485	1,153911	1,152155	1,153033	1,153033	0,000%
23	23	2,306231	1,330725	1,154026	1,153116	1,153571	1,153571	0,000%
24	24	2,307998	1,331866	1,154131	1,153999	1,154065	1,154065	0,000%
25	25	2,309629	1,332918	1,154227	1,154814	1,154521	1,154521	0,000%
26	26	2,311139	1,333892	1,154316	1,155569	1,154943	1,154943	0,000%

27	27	2,312541	1,334797	1,154399	1,156270	1,155335	1,155334	0,000%
28	28	2,313847	1,335639	1,154475	1,156923	1,155699	1,155698	0,000%
29	29	2,315065	1,336425	1,154546	1,157533	1,156039	1,156038	0,000%
30	30	2,316205	1,337159	1,154612	1,158102	1,156357	1,156356	0,000%
31	31	2,317274	1,337848	1,154674	1,158637	1,156656	1,156654	0,000%
32	32	2,318278	1,338495	1,154732	1,159139	1,156936	1,156933	0,000%
33	33	2,319222	1,339104	1,154787	1,159611	1,157199	1,157197	0,000%
34	34	2,320113	1,339678	1,154838	1,160057	1,157447	1,157444	0,000%
35	35	2,320955	1,340220	1,154887	1,160477	1,157682	1,157679	0,000%
36	36	2,321751	1,340732	1,154932	1,160875	1,157904	1,157900	0,000%
37	37	2,322505	1,341218	1,154975	1,161252	1,158114	1,158110	0,000%
38	38	2,323220	1,341678	1,155016	1,161610	1,158313	1,158308	0,000%
39	39	2,323899	1,342116	1,155055	1,161950	1,158502	1,158497	0,000%
40	40	2,324546	1,342532	1,155092	1,162273	1,158682	1,158677	0,000%
41	41	2,325162	1,342928	1,155127	1,162581	1,158854	1,158848	0,001%
42	42	2,325749	1,343306	1,155160	1,162874	1,159017	1,159011	0,001%
43	43	2,326309	1,343667	1,155192	1,163154	1,159173	1,159166	0,001%
44	44	2,326844	1,344011	1,155222	1,163422	1,159322	1,159315	0,001%
45	45	2,327356	1,344341	1,155251	1,163678	1,159465	1,159457	0,001%
46	46	2,327847	1,344656	1,155279	1,163923	1,159601	1,159593	0,001%
47	47	2,328317	1,344958	1,155305	1,164158	1,159732	1,159723	0,001%
48	48	2,328767	1,345248	1,155331	1,164384	1,159857	1,159848	0,001%
49	49	2,329200	1,345527	1,155355	1,164600	1,159978	1,159968	0,001%
50	50	2,329616	1,345794	1,155378	1,164808	1,160093	1,160084	0,001%
51	51	2,330016	1,346051	1,155401	1,165008	1,160204	1,160194	0,001%
52	52	2,330400	1,346298	1,155422	1,165200	1,160311	1,160301	0,001%
53	53	2,330771	1,346537	1,155443	1,165385	1,160414	1,160404	0,001%

54	54	2,331128	1,346766	1,155463	1,165564	1,160514	1,160503	0,001%
55	55	2,331472	1,346988	1,155482	1,165736	1,160609	1,160598	0,001%
56	56	2,331804	1,347201	1,155501	1,165902	1,160702	1,160690	0,001%
57	57	2,332125	1,347407	1,155519	1,166062	1,160791	1,160779	0,001%
58	58	2,332435	1,347606	1,155536	1,166217	1,160877	1,160864	0,001%
59	59	2,332734	1,347799	1,155553	1,166367	1,160960	1,160947	0,001%
60	60	2,333024	1,347985	1,155569	1,166512	1,161040	1,161028	0,001%
61	61	2,333304	1,348165	1,155585	1,166652	1,161118	1,161105	0,001%
62	62	2,333575	1,348340	1,155600	1,166788	1,161194	1,161180	0,001%
63	63	2,333838	1,348509	1,155614	1,166919	1,161267	1,161253	0,001%
64	64	2,334093	1,348672	1,155629	1,167047	1,161338	1,161324	0,001%
65	65	2,334340	1,348831	1,155642	1,167170	1,161406	1,161392	0,001%
66	66	2,334580	1,348985	1,155656	1,167290	1,161473	1,161458	0,001%
67	67	2,334813	1,349135	1,155669	1,167406	1,161537	1,161523	0,001%
68	68	2,335039	1,349280	1,155681	1,167519	1,161600	1,161585	0,001%
69	69	2,335258	1,349421	1,155693	1,167629	1,161661	1,161646	0,001%
70	70	2,335471	1,349558	1,155705	1,167736	1,161720	1,161705	0,001%
71	71	2,335679	1,349691	1,155717	1,167839	1,161778	1,161762	0,001%
72	72	2,335881	1,349821	1,155728	1,167940	1,161834	1,161818	0,001%
73	73	2,336077	1,349947	1,155739	1,168038	1,161889	1,161872	0,001%
74	74	2,336268	1,350070	1,155749	1,168134	1,161942	1,161925	0,001%
75	75	2,336454	1,350189	1,155759	1,168227	1,161993	1,161976	0,001%
76	76	2,336635	1,350306	1,155770	1,168317	1,162043	1,162027	0,001%
77	77	2,336811	1,350419	1,155779	1,168406	1,162092	1,162075	0,001%
78	78	2,336984	1,350530	1,155789	1,168492	1,162140	1,162123	0,001%
79	79	2,337151	1,350637	1,155798	1,168576	1,162187	1,162169	0,002%
80	80	2,337314	1,350742	1,155808	1,168657	1,162232	1,162214	0,002%
N	**N**	**2,718282**	**1,359141**				**1,165822**	

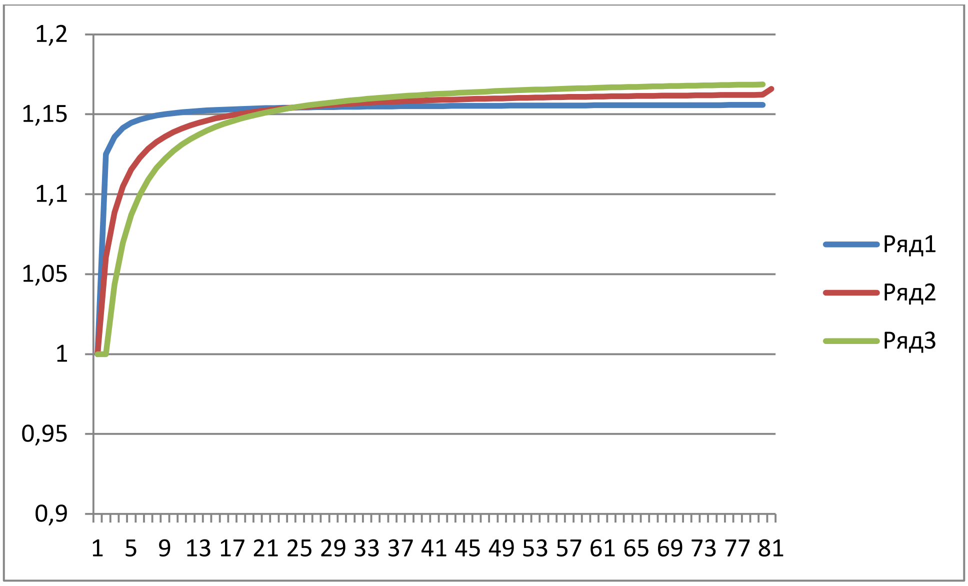
График № 3.



Ряд 1 – значения **√ (E / 2)**

Ряд 2 – значения **(A + B) / 2**

График № 4.



Ряд 1 – значения **B**

Ряд 2 – значения **√ (E / 2)**

Ряд 3 – значения **A**

Решение уравнения $(A + B) / 2 = \sqrt{(E / 2)}$

$[(A + B) / 2]^2 = [\sqrt{(E / 2)}]^2$

$A^2 + 2 * A * E / 2A + [E / 2A]^2 = 2 * E$

$4 * A^4 + 4 * A^2 * E + E^2 = 8 * A^2 * E$

$4 * A^4 - 4 * A^2 * E + E^2 = 0$

$A^4 - A^2 * E + ¼ * E^2 = 0$

$A^2 = E / 2$

$A = \sqrt{(E / 2)}$

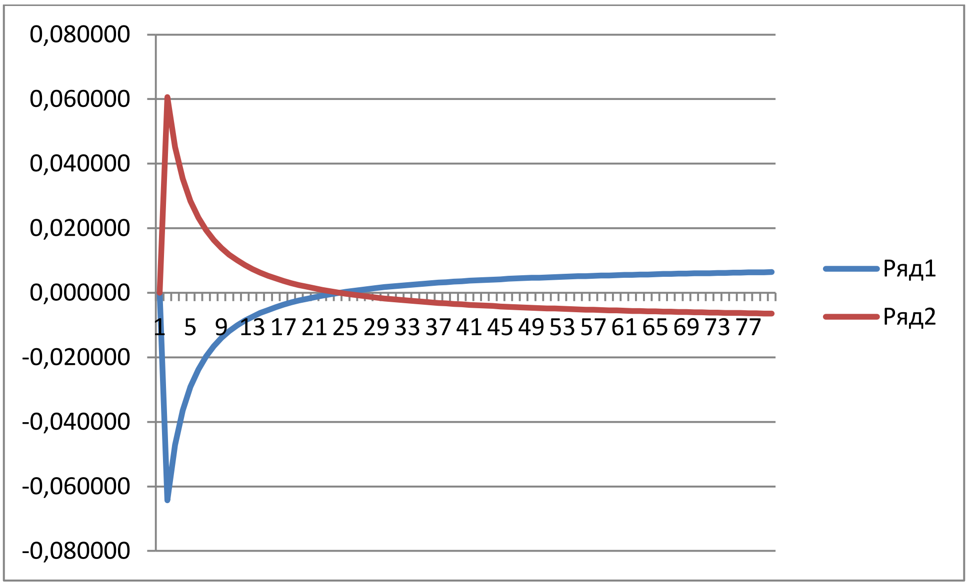
$B = (E / 2) / A = \sqrt{(E / 2)}$

$A = B$

Но $A \neq B$

Решение не верно.

График № 5.



Ряд 1 – значения $\Delta_A = \sqrt{(E / 2)} - A$

Ряд 2 – значения $\Delta_B = \sqrt{(E / 2)} - B$

Линией симметрии является функция $\sqrt{(E / 2)}$

Решение.

$\Delta_A = \sqrt{(E / 2)} - A = - \Delta_B = \sqrt{(E / 2)} - B$

$\sqrt{(E / 2)} - A = - \sqrt{(E / 2)} + B$

$2 * A^2 - 4 * A * \sqrt{(E / 2)} + E = 0$

$A^2 - 2 * A * \sqrt{(E / 2)} + ½ * E = 0$

$A = \sqrt{(E / 2} \pm \sqrt{(E / 2 - E / 2)} = \sqrt{(E / 2}$

$A = \sqrt{(E / 2)}$

$B = \sqrt{(E / 2)}$

Но $A \neq B$

Решение не верно.

V.

Как найти верное решение?

Рассмотрим формулу $E = (1 + 1 / N)^N$

$E^{1/N} = (1 + 1 / N)$

$1 / N = \log_E ((1 + N) / N))$

$N * ((\log_E (1 + N) - \log_E N)) = 1$

$N = 1 / (\log_E ((1 + N) / N))$

При $N = n \to \infty$ $1 / N = \ln ((1 + N) / N)$

Прологарифмируем значения S_{2n-1} / N^{2n-1} по основаниям e и E.

Из значений E, $E / 2$, S_{2n-1} / N^{2n-1}, $E/ 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}$, $(E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (E / 2)$, $\log_E S_{2n-1} / N^{2n-1}$ и $\ln S_{2n-1} / N^{2n-}$ составим следующую таблицу.

Таблица № 7. Значения E, E / 2, S_{2n-1} / N^{2n-1}, $(E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (E / 2)$, $\log_E S_{2n-1} / N^{2n-1}$, $\ln S_{2n-1} / N^{2n-1}$.

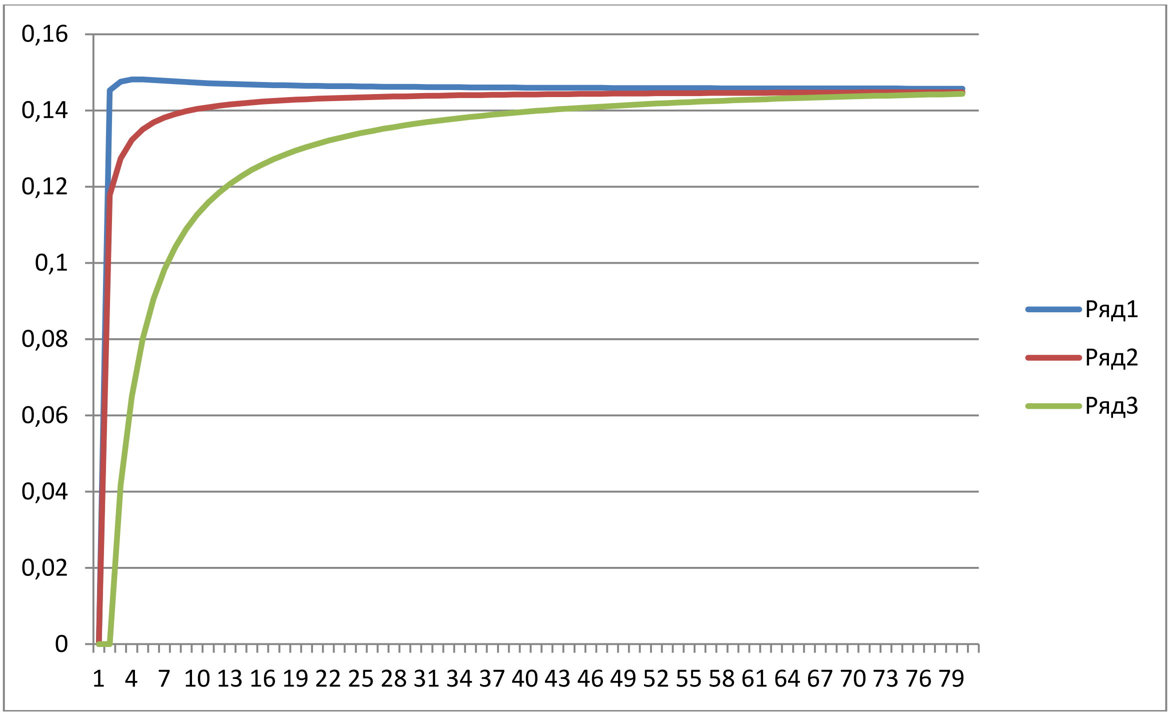
N	$E = (1 + 1/N)^n$	E /2	S_{2n-1} / N^{2n-1}	$\log_E (S_{2n-1} / N^{2n-1})$	$(E / 2) - (S_{2n-1} / N^{2n-1})$	$(E / 2) - (S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (E / 2)$	$\ln (S_{2n-1} / N^{2n-1})$
1	2	1	1	0	0	0	0
2	2,25000	1,125000	1,125000	0,145244	0	0	0,117783
3	2,37037	1,185185	1,135802	0,147546	0,049383	0,041667	0,127339
4	2,44141	1,220703	1,141357	0,148131	0,079346	0,065	0,132218
5	2,48832	1,244160	1,144558	0,148110	0,099602	0,080056	0,135019
6	2,52163	1,260813	1,146643	0,147949	0,11417	0,090553	0,136838
7	2,54650	1,273250	1,148109	0,147762	0,125141	0,098285	0,138116
8	2,56578	1,282892	1,149196	0,147583	0,133697	0,104215	0,139062
9	2,58117	1,290587	1,150034	0,147421	0,140554	0,108907	0,139791
10	2,59374	1,296871	1,150699	0,147277	0,146172	0,112711	0,14037
11	2,60420	1,302100	1,151241	0,147150	0,150858	0,115858	0,140841
12	2,61304	1,306518	1,151691	0,147037	0,154827	0,118503	0,141231
13	2,62060	1,310300	1,152070	0,146937	0,158231	0,120759	0,14156
14	2,62715	1,313576	1,152393	0,146849	0,161182	0,122705	0,141841
15	2,63288	1,316439	1,152673	0,146769	0,163766	0,124401	0,142084
16	2,63793	1,318964	1,152918	0,146698	0,166047	0,125892	0,142296
17	2,64241	1,321207	1,153133	0,146633	0,168075	0,127213	0,142482
18	2,64643	1,323213	1,153323	0,146574	0,169889	0,128392	0,142648
19	2,65003	1,325017	1,153494	0,146521	0,171523	0,12945	0,142796
20	2,65330	1,326649	1,153647	0,146472	0,173002	0,130405	0,142928
21	2,65626	1,328132	1,153786	0,146428	0,174346	0,131272	0,143048
22	2,65897	1,329485	1,153911	0,146387	0,175574	0,132061	0,143157
23	2,66145	1,330725	1,154026	0,146349	0,176699	0,132784	0,143257
24	2,66373	1,331866	1,154131	0,146314	0,177735	0,133448	0,143347
25	2,66584	1,332918	1,154227	0,146281	0,178691	0,13406	0,143431
26	2,66778	1,333892	1,154316	0,146251	0,179576	0,134626	0,143508
27	2,66959	1,334797	1,154399	0,146222	0,180398	0,13515	0,143579
28	2,67128	1,335639	1,154475	0,146196	0,181164	0,135638	0,143646
29	2,67285	1,336425	1,154546	0,146171	0,181879	0,136093	0,143707
30	2,67432	1,337159	1,154612	0,146148	0,182547	0,136519	0,143765
31	2,67570	1,337848	1,154674	0,146126	0,183174	0,136917	0,143818
32	2,67699	1,338495	1,154732	0,146105	0,183763	0,137291	0,143869

33	2,67821	1,339104	1,154787	0,146086	0,184317	0,137642	0,143916
34	2,67936	1,339678	1,154838	0,146067	0,184839	0,137973	0,14396
35	2,68044	1,340220	1,154887	0,146050	0,185333	0,138286	0,144002
36	2,68146	1,340732	1,154932	0,146033	0,1858	0,138581	0,144042
37	2,68244	1,341218	1,154975	0,146017	0,186242	0,138861	0,144079
38	2,68336	1,341678	1,155016	0,146002	0,186662	0,139126	0,144114
39	2,68423	1,342116	1,155055	0,145988	0,187061	0,139378	0,144148
40	2,68506	1,342532	1,155092	0,145975	0,18744	0,139617	0,14418
41	2,68586	1,342928	1,155127	0,145962	0,187801	0,139845	0,14421
42	2,68661	1,343306	1,155160	0,145949	0,188146	0,140062	0,144239
43	2,68733	1,343667	1,155192	0,145938	0,188475	0,140269	0,144266
44	2,68802	1,344011	1,155222	0,145926	0,188789	0,140467	0,144293
45	2,68868	1,344341	1,155251	0,145915	0,189089	0,140656	0,144318
46	2,68931	1,344656	1,155279	0,145905	0,189377	0,140837	0,144342
47	2,68992	1,344958	1,155305	0,145895	0,189653	0,14101	0,144365
48	2,69050	1,345248	1,155331	0,145885	0,189918	0,141177	0,144387
49	2,69105	1,345527	1,155355	0,145876	0,190172	0,141336	0,144408
50	2,69159	1,345794	1,155378	0,145867	0,190416	0,141489	0,144428
51	2,69210	1,346051	1,155401	0,145859	0,19065	0,141637	0,144447
52	2,69260	1,346298	1,155422	0,145851	0,190876	0,141778	0,144466
53	2,69307	1,346537	1,155443	0,145843	0,191093	0,141915	0,144484
54	2,69353	1,346766	1,155463	0,145835	0,191303	0,142046	0,144501
55	2,69398	1,346988	1,155482	0,145828	0,191505	0,142173	0,144518
56	2,69440	1,347201	1,155501	0,145821	0,1917	0,142295	0,144534
57	2,69481	1,347407	1,155519	0,145814	0,191888	0,142413	0,14455
58	2,69521	1,347606	1,155536	0,145807	0,19207	0,142527	0,144565
59	2,69560	1,347799	1,155553	0,145801	0,192246	0,142637	0,144579
60	2,69597	1,347985	1,155569	0,145795	0,192416	0,142743	0,144593
61	2,69633	1,348165	1,155585	0,145789	0,19258	0,142846	0,144606
62	2,69668	1,348340	1,155600	0,145783	0,19274	0,142946	0,14462
63	2,69702	1,348509	1,155614	0,145777	0,192894	0,143043	0,144632
64	2,69734	1,348672	1,155629	0,145772	0,193044	0,143136	0,144644
65	2,69766	1,348831	1,155642	0,145766	0,193189	0,143227	0,144656
66	2,69797	1,348985	1,155656	0,145761	0,19333	0,143315	0,144668
67	2,69827	1,349135	1,155669	0,145756	0,193466	0,1434	0,144679
68	2,69856	1,349280	1,155681	0,145751	0,193599	0,143483	0,14469
69	2,69884	1,349421	1,155693	0,145746	0,193728	0,143564	0,1447
70	2,69912	1,349558	1,155705	0,145742	0,193853	0,143642	0,144711
71	2,69938	1,349691	1,155717	0,145737	0,193975	0,143718	0,144721
72	2,69964	1,349821	1,155728	0,145733	0,194093	0,143792	0,14473
73	2,69989	1,349947	1,155739	0,145729	0,194208	0,143864	0,14474
74	2,70014	1,350070	1,155749	0,145725	0,194321	0,143934	0,144749
75	2,70038	1,350189	1,155759	0,145721	0,19443	0,144002	0,144758
76	2,70061	1,350306	1,155770	0,145717	0,194536	0,144068	0,144766
77	2,70084	1,350419	1,155779	0,145713	0,19464	0,144133	0,144775
78	2,70106	1,350530	1,155789	0,145709	0,194741	0,144196	0,144783

79	2,70127	1,350637	1,155798	0,145706	0,194839	0,144257	0,144791
80	2,70148	1,350742	1,155807	0,145703	0,194935	0,144317	0,144799
81	2,71828	1,359141					

На основании данных таблицы № 7 получим график № 6.

График № 6. Значения $\log_E S_{2n-1} / N^{2n-1}$, $\log_E S_{2n-1} / N^{2n-1}$, $\ln S_{2n-1} / N^{2n-1}$, $(E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (E / 2)$



Ряд 1 – значения $\log_E S_{2n-1} / N^{2n-1}$,

Ряд 2 – значения $\ln S_{2n-1} / N^{2n-1}$,

Ряд 3 – значения $(E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (E / 2)$

Все три ряда сходятся.

Наше предположение о том, что отношение S_{2n-1} / N^{2n-1} стремится к какому-то пределу, нашло своё подтверждение.

Найдём этот предел.

Решение напрашивается само собой.

Lim $(E / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (E / 2) = \ln S_{2n-1} / N^{2n-1}$

При $N \to \infty$, $n \to \infty$ $E = e$

Lim $(e / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (e / 2) = \ln S_{2n-1} / N^{2n-1}$

$(e / 2 - S_{2n-1} / N^{2n-1}) / (e / 2) = \ln S_{2n-1} / N^{2n-1}$

$e = 2 * S_{2n-1} / N^{2n-1} / (1 - \ln S_{2n-1} / N^{2n-1})$

Решая данное уравнение, получаем:

$\ln S_{2n-1} / N^{2n-1} = 0{,}147394497986270$

Но $S_{159}/ N^{159} = 0{,}14570195014520 < 0{,}147394497986270$

Значит, решение не верно.

VI.

Продолжим наши поиски правильного решения.

Для упрощения расчётов перейдём на следующие обозначения:

$A = S_{2n-1} / N^{2n-1}$

$B = (E/2) / (S_{2n-1} / N^{2n-1})$

$A * B = E / 2$

$A = \sqrt{(E / 2)} * \sqrt{(A / B)}$

$B = \sqrt{(E / 2)} / \sqrt{(A / B)}$

Таблица№ 8.

№№	N	E	$\log_E E / 2$	½ $\log_E E / 2$	$\log_E A$	$\log_E B$	Δ
1	1	2	0	0	0	0	0
2	2	2,250000	**0,145244**	0,072622	**0,145244**	0,000000	-0,072622
3	3	2,370370	0,196860	0,098430	0,147546	0,049313	-0,049117
4	4	2,441406	0,223429	0,111715	0,148131	0,075298	-0,036417
5	5	2,488320	0,239643	0,119822	0,148110	0,091533	-0,028289
6	6	2,521626	0,250574	0,125287	0,147949	0,102625	-0,022662
7	7	2,546500	0,258444	0,129222	0,147762	0,110682	-0,018540
8	8	2,565785	0,264381	0,132191	0,147583	0,116798	-0,015392
9	9	2,581175	0,269021	0,134510	0,147421	0,121600	-0,012911

10	10	2,593742	0,272746	0,136373	0,147277	0,125469	-0,010904
11	11	2,604199	0,275803	0,137901	0,147150	0,128653	-0,009248
12	12	2,613035	0,278357	0,139178	0,147037	0,131320	-0,007859
13	13	2,620601	0,280523	0,140261	0,146937	0,133585	-0,006676
14	14	2,627152	0,282382	0,141191	0,146849	0,135534	-0,005657
15	15	2,632879	0,283996	0,141998	0,146769	0,137227	-0,004771
16	16	2,637928	0,285411	0,142705	0,146698	0,138713	-0,003992
17	17	2,642414	0,286660	0,143330	0,146633	0,140027	-0,003303
18	18	2,646426	0,287772	0,143886	0,146574	0,141198	-0,002688
19	19	2,650034	0,288768	0,144384	0,146521	0,142247	-0,002137
20	20	2,653298	0,289665	0,144833	0,146472	0,143193	-0,001640
21	21	2,656263	0,290477	0,145239	0,146428	0,144049	-0,001189
22	22	2,658970	0,291216	0,145608	0,146387	0,144830	-0,000779
23	23	2,661450	0,291891	0,145946	0,146349	0,145543	-0,000403
24	24	2,663731	0,292510	0,146255	0,146314	0,146197	-0,000058
25	25	2,665836	0,293080	0,146540	0,146281	0,146800	0,000259
26	26	2,667785	0,293607	0,146803	0,146251	0,147356	0,000553
27	27	2,669594	0,294095	0,147047	0,146222	0,147872	0,000825
28	28	2,671278	0,294548	0,147274	0,146196	0,148352	0,001078
29	29	2,672849	0,294970	0,147485	0,146171	0,148799	0,001314
30	30	2,674319	0,295363	0,147682	0,146148	0,149216	0,001534
31	31	2,675696	0,295732	0,147866	0,146126	0,149606	0,001740
32	32	2,676990	0,296078	0,148039	0,146105	0,149973	0,001934
33	33	2,678208	0,296403	0,148201	0,146086	0,150317	0,002116
34	34	2,679355	0,296709	0,148354	0,146067	0,150642	0,002287
35	35	2,680439	0,296997	0,148499	0,146050	0,150948	0,002449
36	36	2,681464	0,297270	0,148635	0,146033	0,151237	0,002602
37	37	2,682435	0,297528	0,148764	0,146017	0,151510	0,002746
38	38	2,683357	0,297772	0,148886	0,146002	0,151770	0,002884
39	39	2,684232	0,298004	0,149002	0,145988	0,152016	0,003014
40	40	2,685064	0,298224	0,149112	0,145975	0,152250	0,003137
41	41	2,685856	0,298434	0,149217	0,145962	0,152472	0,003255
42	42	2,686612	0,298633	0,149317	0,145949	0,152684	0,003367
43	43	2,687333	0,298824	0,149412	0,145938	0,152886	0,003474
44	44	2,688022	0,299006	0,149503	0,145926	0,153079	0,003577
45	45	2,688681	0,299179	0,149590	0,145915	0,153264	0,003674
46	46	2,689312	0,299346	0,149673	0,145905	0,153441	0,003768
47	47	2,689917	0,299505	0,149752	0,145895	0,153610	0,003857
48	48	2,690497	0,299657	0,149829	0,145885	0,153772	0,003943
49	49	2,691053	0,299804	0,149902	0,145876	0,153927	0,004026
50	50	2,691588	0,299944	0,149972	0,145867	0,154077	0,004105
51	51	2,692102	0,300079	0,150040	0,145859	0,154220	0,004181
52	52	2,692597	0,300209	0,150105	0,145851	0,154358	0,004254
53	53	2,693073	0,300334	0,150167	0,145843	0,154491	0,004324
54	54	2,693532	0,300454	0,150227	0,145835	0,154619	0,004392
55	55	2,693975	0,300570	0,150285	0,145828	0,154743	0,004457

56	56	2,694402	0,300682	0,150341	0,145821	0,154862	0,004520
57	57	2,694814	0,300790	0,150395	0,145814	0,154976	0,004581
58	58	2,695213	0,300894	0,150447	0,145807	0,155087	0,004640
59	59	2,695598	0,300995	0,150498	0,145801	0,155194	0,004697
60	60	2,695970	0,301093	0,150546	0,145795	0,155298	0,004752
61	61	2,696330	0,301187	0,150593	0,145789	0,155398	0,004805
62	62	2,696679	0,301278	0,150639	0,145783	0,155495	0,004856
63	63	2,697017	0,301366	0,150683	0,145777	0,155589	0,004906
64	64	2,697345	0,301452	0,150726	0,145772	0,155680	0,004954
65	65	2,697663	0,301534	0,150767	0,145766	0,155768	0,005001
66	66	2,697971	0,301615	0,150807	0,145761	0,155854	0,005046
67	67	2,698270	0,301693	0,150846	0,145756	0,155937	0,005090
68	68	2,698560	0,301769	0,150884	0,145751	0,156017	0,005133
69	69	2,698842	0,301842	0,150921	0,145746	0,156096	0,005175
70	70	2,699116	0,301913	0,150957	0,145742	0,156172	0,005215
71	71	2,699383	0,301983	0,150991	0,145737	0,156245	0,005254
72	72	2,699642	0,302050	0,151025	0,145733	0,156317	0,005292
73	73	2,699894	0,302116	0,151058	0,145729	0,156387	0,005329
74	74	2,700140	0,302180	0,151090	0,145725	0,156455	0,005365
75	75	2,700379	0,302242	0,151121	0,145721	0,156521	0,005400
76	76	2,700611	0,302303	0,151151	0,145717	0,156586	0,005435
77	77	2,700838	0,302362	0,151181	0,145713	0,156649	0,005468
78	78	2,701059	0,302419	0,151210	0,145709	0,156710	0,005500
79	79	2,701275	0,302475	0,151238	0,145706	0,156770	0,005532
80	80	2,701485	0,302530	0,151265	0,145703	0,156827	0,005562
N	N	**2,718282**	**0,306853**	**0,153426**	**0,145244**	**0,161608**	**0,008182**

ln (E / 2) = 0,306852819440055000

½ * ln (E / 2) = 0,153426409720027000

Будем считать, что **ln A = 0,145244354324273000, ln B = 0,161608465115782000**

Δ = ½ * ln (E / 2) - ln A = 0,008182055395754810

Δ = ½ * ln (E / 2) - ln B = 0,008182055395754810

ln B – ln A = 0,016364110791509600 = 2 * 0,008182055395754810

Решение.

ln B – ln A = 2* [½ * ln (E / 2) - ln A] = ln (E / 2) – 2 * ln A

ln B – ln A + 2 * ln A = ln (E / 2)

ln B + ln A = ln (E / 2) = ln A + ln B – совершенное тождество.

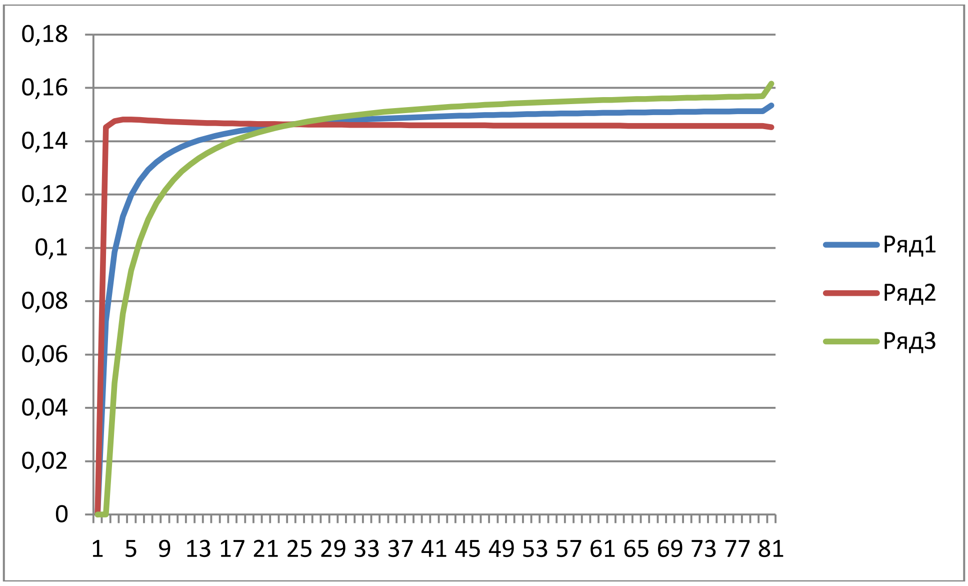
Таким образом, если разность ln B – ln A равна ln (E / 2) – 2 * ln A получается совершенное тождество.
При значениях lnA = 0,145244354324273000 и ln B = 0,161608465115782000 это условие выполняется.

$A = e^{0,1452443543242730}$ = exp (0,1452443543242730) = 1,156322088051860

$B = e^{0,1616084651157820}$ = exp (0,1616084651157820) = 1,175399941135230

Решение найдено.

График № 7.



Ряд 1 – значения **½* $\log_E$ (E / 2)**

Ряд 2 – значения **$\log_E$ A**

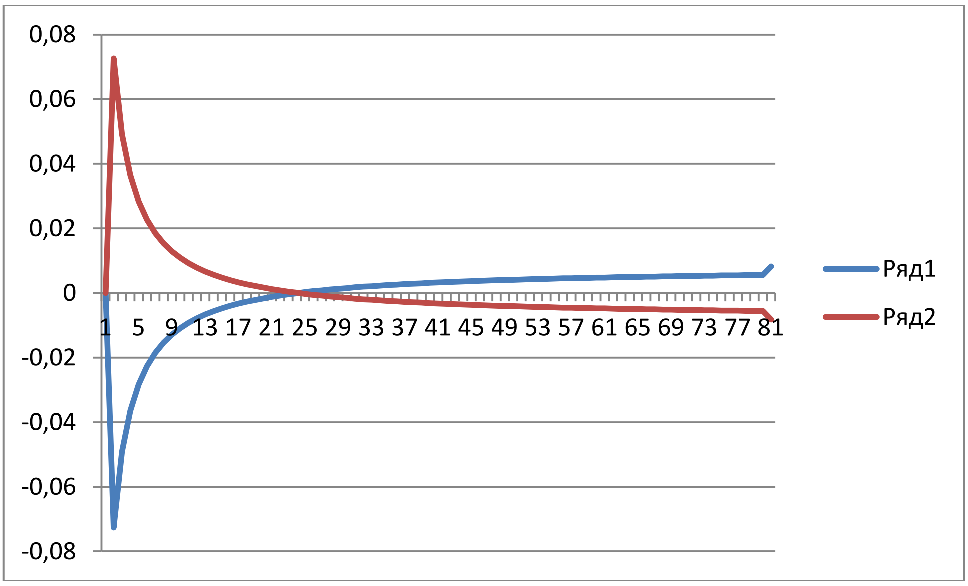
Ряд 3 – значения **$\log_E$ B**

При n, N → ∞,
½* $\log_E$ (E / 2) = ½* ln (e / 2)

$\log_E$ A = ln A

$\log_E$ B = ln B

График № 8.



Ряд 1 – значения **½* $\log_E$ (E / 2) - $\log_E$ B**

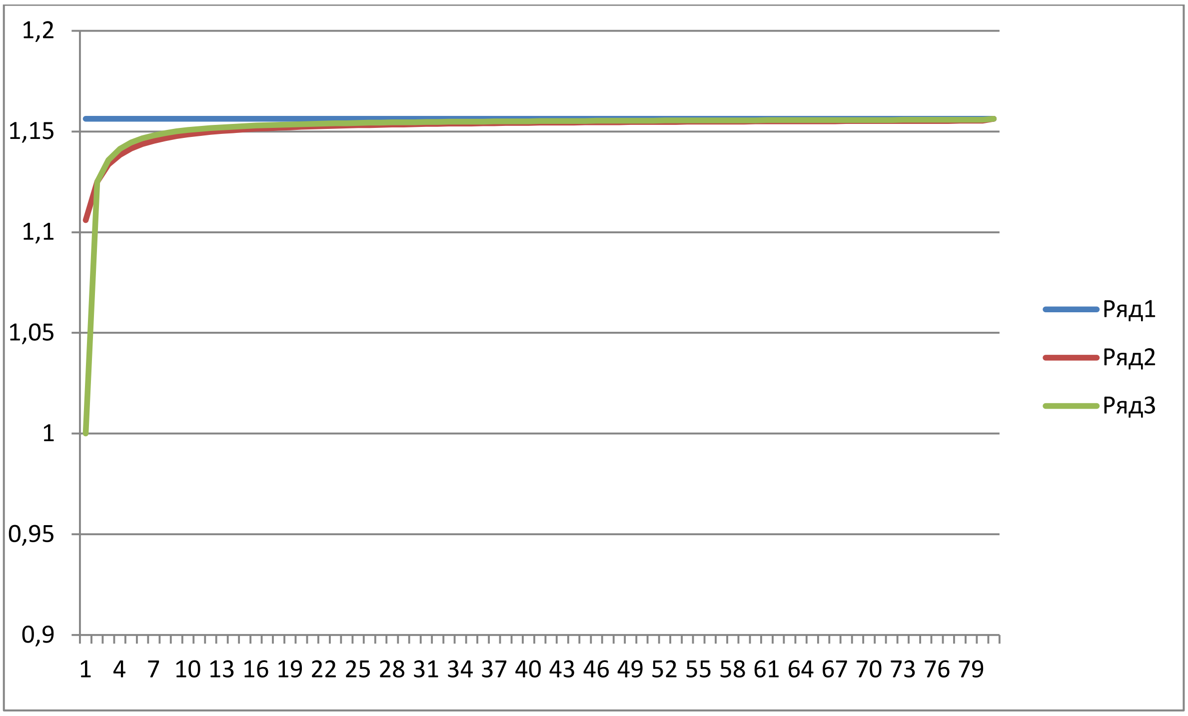
Ряд 2 – значения **½* $\log_E$ (E / 2) - $\log_E$ A**

При n, N → ∞,
½* $\log_E$ (E / 2) = ½* ln (e / 2)

$\log_E$ A = ln A

$\log_E$ B = ln B

График № 9. Значения S_{2n-1} / N^{2n-1}, $e^{1 - \ln 2 / 2 * (\ln 3 - \ln 2)}$ и $E^{1 - \log_E 2 / 2 * (\log_E 3 - \log_E 2)}$.



Ряд 1 – значения $e^{1 - \ln 2 /(2 * (\ln 3 - \ln 2))}$

Ряд 2 – значения $E^{1 - \log_E 2 / (2 * (\log_E 3 - \log_E 2))}$

Ряд 3 – значения S_{2n-1} / N^{2n-1}

$\mathbf{1 - \log_E 2 / 2 * (\log_E 3 - \log_E 2)}$ = 0,1452443543242730

$\mathbf{(2 * \log_E 3 – 3 *\log_E 2) / (2 * \log_E 3 – 2 * \log_E 2)}$ = 0,1452443543242730

$\mathbf{(\log_E 3^2 –\log_E 2^3) / (\log_E 3^2 – \log_E 2^2)}$ = 0,1452443543242730

$\mathbf{\log_E (3^2 / 2^3) / \log_E (3^2 / 2^2)}$ = 0,1452443543242730

$\mathbf{\log_{2,25} 1,125}$ = 0,1452443543242730

$\mathbf{1 - \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2))}$ = 0,1452443543242730

$\mathbf{\ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2))}$ = 0,8547556456757270

$\mathbf{\ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) - \ln 2}$ = 0,1616084651157820

$\mathbf{\ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) - \ln 2 – (1 - \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2))}$ =

$\mathbf{= \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) - \ln 2 –1 + \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) =}$

$\mathbf{= 2 * \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) - \ln 2 –1 = \ln 2 / (\ln 3 - \ln 2) - \ln 2 – 1 =}$

= 1,709511291351450 - 0,6931471805599450 – 1 = 0,01636411079150910

Exp (0,1452443543242730) = 1,156322088051860

Exp (0,1616084651157820) = 1,175399941135230

$\lim (S_{2n-1} / N^{2n-1}) = e$ ^ (1 - ln 2 / ((2 * (ln 3 - ln 2)) = $e^{1 - \ln 2 /(2 * (\ln 3 - \ln 2))}$ = 1,156322088051860

$\lim (e / 2) / (S_{2n-1} / N^{2n-1})$ = ½ * e^ln2/(2*(ln3-ln2)) = ½*$e^{\ln2/(2*(\ln3-\ln2)}$ = 1,175399941135230

Эти формулы действуют в бесконечности при **$n, N \rightarrow \infty$, e = E, $\ln N = \log_E N$.**

Докажем, что

$e^{1 - \ln 2 /(2 * (\ln 3 - \ln 2))} = E^{1 - \log_E 2 / (2 * (\log_E 3 - \log_E 2))}$ при любом N.

$1 - \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) = 1 - \log_E 2 / 2 * (\log_E 3 - \log_E 2)$

$1 - \ln 2 / ((2 * (\ln 3 - \ln 2)) = 0,1452443543242730$

$\ln 2 / (\ln 3 - \ln 2) = \log_E 2 / (\log_E 3 - \log_E 2)$

$(\ln 3 - \ln 2) / \ln 2 = (\log_E 3 - \log_E 2) / \log_E 2$

$\ln 3 / \ln 2 - 1 = \log_E 3 / \log_E 2 – 1$

$\ln 3 / \ln 2 = \log_E 3 / \log_E 2$

$\log_2 3 = \log_2 3$

1,584962500721160 = 1,584962500721160

Что и требовалось доказать.

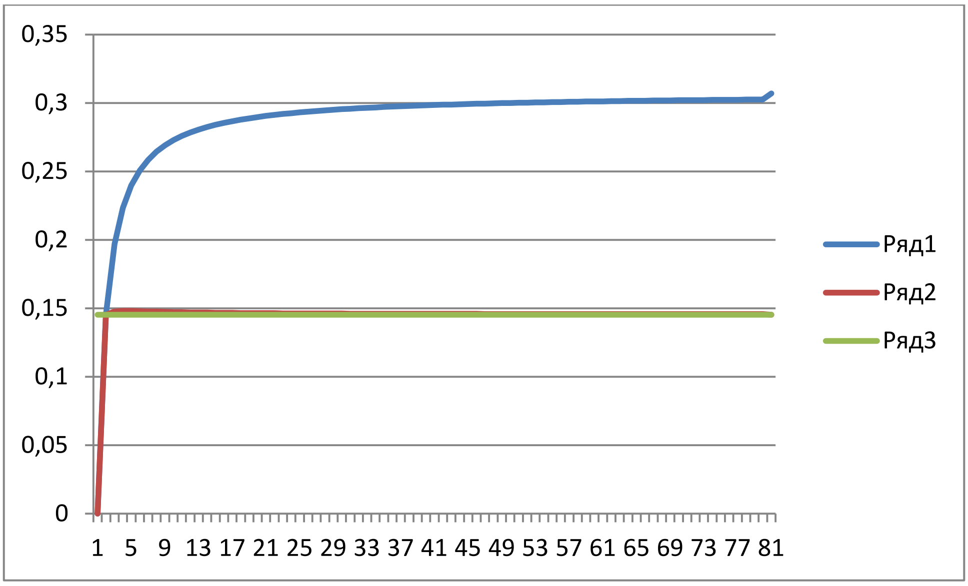
Таблица № 9.

№№	N	$E = (1 + 1/N)^n$	E / 2	$\log_E (E / 2)$	$\log_E (S_{2n-1} / N^{2n-1})$	$(2^* \log_E 3 - 3^* \log_E 2) / 2 * (\log_E 3 - \log_E 2)$
1	1	2	1	0	0	0,1452444
2	2	2,2500000	1,1250000	0,1452444	0,1452444	0,1452444
3	3	2,3703704	1,1851852	0,1968597	0,1475465	0,1452444
4	4	2,4414063	1,2207031	0,2234291	0,1481314	0,1452444
5	5	2,4883200	1,2441600	0,2396432	0,1481104	0,1452444
6	6	2,5216264	1,2608132	0,2505740	0,1479488	0,1452444
7	7	2,5464997	1,2732498	0,2584438	0,1477619	0,1452444
8	8	2,5657845	1,2828923	0,2643814	0,1475830	0,1452444
9	9	2,5811748	1,2905874	0,2690207	0,1474210	0,1452444
10	10	2,5937425	1,2968712	0,2727459	0,1472770	0,1452444
11	11	2,6041990	1,3020995	0,2758030	0,1471498	0,1452444
12	12	2,6130353	1,3065176	0,2783569	0,1470373	0,1452444
13	13	2,6206009	1,3103004	0,2805226	0,1469375	0,1452444
14	14	2,6271516	1,3135758	0,2823822	0,1468486	0,1452444
15	15	2,6328787	1,3164394	0,2839964	0,1467690	0,1452444
16	16	2,6379285	1,3189642	0,2854108	0,1466975	0,1452444
17	17	2,6424144	1,3212072	0,2866603	0,1466330	0,1452444
18	18	2,6464258	1,3232129	0,2877722	0,1465745	0,1452444
19	19	2,6500343	1,3250172	0,2887680	0,1465212	0,1452444
20	20	2,6532977	1,3266489	0,2896650	0,1464725	0,1452444
21	21	2,6562632	1,3281316	0,2904773	0,1464278	0,1452444
22	22	2,6589699	1,3294849	0,2912162	0,1463867	0,1452444
23	23	2,6614501	1,3307251	0,2918913	0,1463487	0,1452444
24	24	2,6637313	1,3318656	0,2925105	0,1463136	0,1452444
25	25	2,6658363	1,3329182	0,2930805	0,1462809	0,1452444
26	26	2,6677850	1,3338925	0,2936069	0,1462506	0,1452444
27	27	2,6695940	1,3347970	0,2940946	0,1462223	0,1452444
28	28	2,6712779	1,3356389	0,2945476	0,1461958	0,1452444
29	29	2,6728491	1,3364246	0,2949695	0,1461709	0,1452444

30	30	2,6743188	1,3371594	0,2953635	0,1461476	0,1452444
31	31	2,6756963	1,3378482	0,2957322	0,1461257	0,1452444
32	32	2,6769901	1,3384951	0,2960779	0,1461050	0,1452444
33	33	2,6782077	1,3391038	0,2964028	0,1460855	0,1452444
34	34	2,6793554	1,3396777	0,2967087	0,1460671	0,1452444
35	35	2,6804393	1,3402196	0,2969972	0,1460496	0,1452444
36	36	2,6814644	1,3407322	0,2972697	0,1460331	0,1452444
37	37	2,6824355	1,3412177	0,2975276	0,1460174	0,1452444
38	38	2,6833566	1,3416783	0,2977719	0,1460024	0,1452444
39	39	2,6842316	1,3421158	0,2980038	0,1459882	0,1452444
40	40	2,6850638	1,3425319	0,2982241	0,1459746	0,1452444
41	41	2,6858563	1,3429282	0,2984338	0,1459617	0,1452444
42	42	2,6866119	1,3433060	0,2986334	0,1459493	0,1452444
43	43	2,6873331	1,3436665	0,2988239	0,1459375	0,1452444
44	44	2,6880221	1,3440111	0,2990056	0,1459262	0,1452444
45	45	2,6886812	1,3443406	0,2991794	0,1459154	0,1452444
46	46	2,6893121	1,3446561	0,2993456	0,1459050	0,1452444
47	47	2,6899167	1,3449584	0,2995048	0,1458951	0,1452444
48	48	2,6904966	1,3452483	0,2996573	0,1458855	0,1452444
49	49	2,6910532	1,3455266	0,2998037	0,1458763	0,1452444
50	50	2,6915880	1,3457940	0,2999442	0,1458675	0,1452444
51	51	2,6921022	1,3460511	0,3000793	0,1458589	0,1452444
52	52	2,6925970	1,3462985	0,3002091	0,1458507	0,1452444
53	53	2,6930733	1,3465367	0,3003341	0,1458428	0,1452444
54	54	2,6935324	1,3467662	0,3004544	0,1458352	0,1452444
55	55	2,6939750	1,3469875	0,3005704	0,1458279	0,1452444
56	56	2,6944021	1,3472010	0,3006823	0,1458208	0,1452444
57	57	2,6948144	1,3474072	0,3007902	0,1458139	0,1452444
58	58	2,6952127	1,3476064	0,3008944	0,1458072	0,1452444
59	59	2,6955978	1,3477989	0,3009951	0,1458008	0,1452444
60	60	2,6959701	1,3479851	0,3010925	0,1457946	0,1452444
61	61	2,6963305	1,3481652	0,3011867	0,1457886	0,1452444
62	62	2,6966794	1,3483397	0,3012778	0,1457827	0,1452444
63	63	2,6970174	1,3485087	0,3013661	0,1457771	0,1452444
64	64	2,6973450	1,3486725	0,3014516	0,1457716	0,1452444
65	65	2,6976626	1,3488313	0,3015345	0,1457663	0,1452444
66	66	2,6979707	1,3489854	0,3016149	0,1457611	0,1452444
67	67	2,6982698	1,3491349	0,3016929	0,1457561	0,1452444
68	68	2,6985602	1,3492801	0,3017685	0,1457512	0,1452444
69	69	2,6988422	1,3494211	0,3018421	0,1457465	0,1452444
70	70	2,6991164	1,3495582	0,3019135	0,1457419	0,1452444
71	71	2,6993829	1,3496914	0,3019829	0,1457374	0,1452444
72	72	2,6996421	1,3498210	0,3020504	0,1457330	0,1452444
73	73	2,6998942	1,3499471	0,3021160	0,1457288	0,1452444
74	74	2,7001397	1,3500698	0,3021799	0,1457246	0,1452444
75	75	2,7003787	1,3501893	0,3022420	0,1457206	0,1452444

76	76	2,7006114	1,3503057	0,3023026	0,1457167	0,1452444
77	77	2,7008382	1,3504191	0,3023615	0,1457129	0,1452444
78	78	2,7010592	1,3505296	0,3024190	0,1457091	0,1452444
79	79	2,7012748	1,3506374	0,3024750	0,1457055	0,1452444
80	80	2,7014849	1,3507425	0,3025296	0,1457025	0,1452444
N	N	2,7182818	1,3591409	0,3068528	0,1452444	0,1452444

График № 10.



Ряд 1 – значения **$\log_E$ (E / 2)**

Ряд 2 – значения **$\log_{2,25}$ 1,125 = (2* $\log_E$ 3 -3* $\log_E$ 2) / 2 * ($\log_E$ 3 - $\log_E$ 2) =**

=(2* ln 3 – 3* ln 2) / ((2 * (ln 3 - ln 2)) = 0,1452443543242730

Ряд 3 – значения **$\log_E$ (S_{2n-1} / N^{2n-1})**

VII.

Таким образом, благодаря второму замечательному пределу:

e = – , при n, N →∞ найдены пределы отношений:

lim (S_{2n-1} / N^{2n-1}) = 1,156322088051860

lim (E / 2) / (S_{2n-1} / N^{2n-1}) = 1,175399941135230

α = 0,8507742471334290

α = 1 / 1,175399941135230

lim (S_{2n-1} / $(S_1)^n$ = α* 2^n / 2n

lim (S_{2n-1} / $(S_1)^n$ = 0,8507742471334290 * 2^n / 2n,

А что такое 1,175399941135230?

Ни что иное, как **$\frac{1}{2} * \sqrt{2}$ ^ (1 / (ln 3 – ln 2) = $\frac{1}{2} * \sqrt[\ln 3/2]{\sqrt{2}}$**

α = 2 / ($\sqrt{2}$ ^ (1 / (ln 3 – ln 2) = 2 / $\sqrt[\ln 3/2]{\sqrt{2}}$

В результате получаются очень интересные формулы и закономерности, связывающие между собой так называемые **иррациональные** и **трансцендентные числа: $\sqrt{2}$, ln 3, ln 2**.

Поиску этих закономерностей будут посвящены следующие работы.

Здесь же мы ограничиваемся всего лишь ответом на вопрос: есть ли актуальная бесконечность или нет.

Таким образом, сумма бесконечного ряда, составленного из членов натурального ряда, не превышает:

$1 \le S_{2n-1} \le 1{,}156322088051860\ N^{2n-1}$.

Следовательно, чем больше число N, тем больше сумма ряда, составленного из конечного числа членов натурального ряда.

Налицо потенциальная бесконечность.

Актуальной бесконечности не существует.

Не существует и трансфинитных чисел.

Первое и последнее трансфинитное число – сумма бесконечного натурального ряда – S_1.

В бесконечности $S_{2n-1} = 0{,}8507742471334290 * 2^n / 2n * (S_1)^n$

Таким образом, бесконечность нельзя сосчитать.

Но любую бесконечность можно сравнить с бесконечным натуральным рядом. Сравнить не с помощью каких-то вымышленных трансфинитных чисел, а с помощью арифметики. Законы арифметики распространяются и на бесконечность.

Георг Кантор оказался не прав.

Бесконечность – бесконечна.

Таким образом, двадцать четвёртая проблема Гильберта – решена.